

Departamento de Estabilidad

84.02/64.01 ESTABILIDAD I

CUERPOS RÍGIDOS VINCULADOS

Por: Ing. Carolina Pérez Taboada¹

Con la colaboración de Ing. Luis Fernando Parente²
Srta Camila Wang³
Dra. Ing. Rita Toscano⁴

¹ JTP del Dto. de Estabilidad, Facultad de Ingeniería, UBA

² JTP del Dto. de Estabilidad, Facultad de Ingeniería, UBA

³ Colaboradora en Dto. de Estabilidad, Facultad de Ingeniería, UBA

⁴ Profesora Titular del Dto. de Estabilidad, Facultad de Ingeniería, UBA

Índice de contenidos

Fuentes de consulta	2
Objetivos	3
Equilibrio y vinculación	3
Equilibrio de un cuerpo rígido	3
Diagrama de cuerpo libre	3
Cuerpo rígido vinculado	4
Grados de libertad	4
Vinculaciones	4
Vínculos externos	5
Reacción de vínculo (RV)	5
Estructuras	5
Chapas	6
Bielas	6
Vinculación de estructuras	6
Cadenas de chapas y pórticos	6
Vínculos internos	7
Análisis cinemático	7
Elemento estructural único	8
Cadenas abiertas en el plano	9
Cadenas cerradas en el plano	13
A modo de resumen	15
Anexos	17
Equilibrio de una partícula	17

Fuentes de consulta

El presente apunte se ha confeccionado en base a la bibliografía que se detalla a continuación. Para mayor profundidad o detalles, ejercicios resueltos y ejercicios propuestos, favor de recurrir a las fuentes.

- E. D. Fliess (1970) *Estabilidad – 1º curso*, Enrique D. Fliess, Buenos Aires, Argentina, Editorial Kapeluz, página 261
- R. C. Hibbeler (2004) *Mecánica vectorial para ingenieros - Estática*, México, Pearson Educación, página 193
- Pico, Peralta, Ciancio, Montanaro (2013) *Estática*, Tandil, Buenos Aires, Argentina, UNICEN

Sobre este croquis es necesario mostrar todas las fuerzas y los momentos actuantes sobre el cuerpo, para que puedan ser correctamente considerados en las ecuaciones de equilibrio. Esto incluye fuerzas activas y fuerzas reactivas.

- Fuerzas activas: tienden a poner en movimiento el cuerpo
- Fuerzas reactivas: tienden a mantener el estado de reposo del cuerpo

Cuerpo rígido vinculado

Si un cuerpo, que está sometido a la acción de un sistema de fuerzas generalizadas⁶, se encuentra en equilibrio, se puede distinguir una parte de las fuerzas como las acciones sobre el cuerpo (fuerzas activas) y otra parte como la vinculación del cuerpo a la tierra (fuerzas reactivas), sea directamente o mediante otro cuerpo. Se cumple que la resultante de fuerzas activas debe ser opuesta a la resultante de fuerzas reactivas.

Grados de libertad

Los grados de libertad (GL) de un cuerpo representan las posibilidades de movimiento independiente. Es decir el número de coordenadas libres que posee.

Las ecuaciones escalares de equilibrio definen el estado de reposo en coordenadas independientes. Por lo tanto la cantidad de ecuaciones escalares de equilibrio coincide con los grados de libertad de un cuerpo. De acuerdo con las ecuaciones de equilibrio detalladas anteriormente:

Plano	Espacio
3 GL	6 GL

Tabla 1. Grados de libertad de un cuerpo

Vinculaciones

Para que un cuerpo se mantenga en reposo independientemente de las acciones sobre las que el mismo actúen, es necesario imponer al menos la misma cantidad de restricciones al movimiento que grados de libertad posea, cuidando que las restricciones correspondan a movimientos independientes. A estas restricciones al movimiento en coordenadas independientes se le llaman condiciones de vínculo (CV).

Si la cantidad de condiciones de vínculo en coordenadas independientes impuestas es mayor o igual a los grados de libertad, el cuerpo se encontrará en reposo independientemente de las acciones. Para ello no deben existir diferentes condiciones de vínculo que impongan restricciones sobre el mismo movimiento.

Cuando la cantidad de condiciones de vínculo impuestas es igual a los grados de libertad, la vinculación se llama **isoestática**.

Si la cantidad de condiciones de vínculo es superior a los grados de libertad, la vinculación se llama **hiperestática**. A la cantidad de condiciones de vínculo que superen los grados de libertad se le llama grado de hiperestaticidad.

Si en cambio la cantidad de condiciones de vínculo es menor a los grados de libertad, el cuerpo tendrá igual cantidad de posibilidades de movimiento como grados de libertad sin restringir, tornándose en un mecanismo y la vinculación se llama **hipoestática**.

Hiperestática	Isoestática	Hipoestática (mecanismo)
$GL < CV$	$GL = CV$	$GL > CV$

Tabla 2. Grados de vinculación

⁶ “fuerzas generalizadas” se refiere a fuerzas y momentos. Cuando se dice “fuerzas activas” y “fuerzas reactivas” también es referido a fuerzas generalizadas.

Vínculos externos

Se llama vínculo o soporte a toda condición geométrica que limite la posibilidad de movimiento de un cuerpo. Si se trata de vínculos externos son dispositivos fijos a tierra.

Existen distintos tipos de vínculos externos según las restricciones que son capaces de imponer. La cantidad de grados de libertad que es capaz de restringir determina la “especie”. A saber:




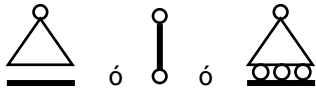



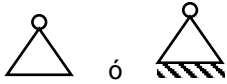











Especie	Representación	Nombre	Desplazamientos posibles		
					
De 1ra especie		Apoyo simple o móvil			
De 2da especie		Apoyo fijo o articulación			
		Carrito guiado			
De 3ra especie		Empotramiento			

Tabla 3. Vínculos externos en el plano

En el espacio la representación puede ser menos simple, por lo cual se recurre muchas veces a la utilización de apoyos de primera especie sobre el mismo punto para fijar únicamente las coordenada que se requiere.

Reacción de vínculo (RV)

En los vínculos, cada restricción en coordenada independiente se puede reemplazar por una fuerza o momento en esa dirección, llamadas reacciones de vínculo.

Si un vínculo previene la traslación de un cuerpo en una dirección dada, entonces una fuerza es desarrollada sobre el cuerpo en esa dirección. Igualmente, si el vínculo impide una rotación, sobre el cuerpo se ejerce un momento.

Las reacciones en los vínculos dependen de las acciones a las cuales esté sometido el cuerpo. Para un estado de cargas determinado (sistema de fuerzas activas), el juego de reacciones de vínculo (sistema de fuerzas reactivas) será único para vinculación isoestática.

En los diagramas de cuerpo libre no deben representarse los vínculos si se ponen de manifiesto las fuerzas que representan sus reacciones.

Estructuras

Las estructuras son cuerpos, o elementos estructurales, unidos entre sí de manera que pueden soportar las acciones que actúan sobre ellos.

Los elementos estructurales pueden clasificarse según su geometría en:

- Volumétricos: las tres dimensiones son comparables
- Superficiales: una dimensión es menor que las otras dos
- Lineales: una dimensión es preponderante sobre las otras dos, también llamados barras.

En Estabilidad I estudiaremos estructuras formadas por **barras**. Si bien en la realidad pueden ser volumétricos o superficiales, la mayor parte de los elementos estructurales son de una configuración tal que admiten un plano de simetría y, en su plano, pueden modelarse mediante barras. El alcance de esta materia se limita a aquellas estructuras cuya geometría permite la modelación mediante barras.

Chapas

Elementos estructurales que por su geometría pueden ser modelados en un plano, con vinculación y cargas pertenecientes al mismo plano de la estructura.

Bajo la hipótesis de rigidez de los cuerpos, se asume invariable la distancia entre dos puntos del mismo cuerpo bajo la acción de una fuerza. Es posible entonces reemplazar el elemento plano chapa por líneas que unan los puntos singulares, esto es: puntos de vinculación y donde están aplicadas las fuerzas, y así trabajar con estructuras de barras⁷.



Figura 2. Sustitución de chapa por una estructura de barras

Bielas

Elementos de barra de eje recto con los dos extremos articulados.



Figura 3. Biela

Configuran asimismo un elemento de vinculación externa de primera especie, plano o espacial, cuando uno de sus extremos está vinculado a tierra y el otro a un cuerpo.

Vinculación de estructuras

Las estructuras que se proyectan para mantenerse en reposo pueden ser o bien isoestáticas o bien hiperestáticas. Muchas veces se opta por utilizar grados de hiperestaticidad como medida de seguridad por redundancia, es decir: se utilizan mayor cantidad de vínculos o elementos estructurales que los estrictamente necesarios, de manera que si alguno fallase, la estructura no colapsa. Para las estructuras hiperestáticas, las ecuaciones de equilibrio no son suficientes para su resolución, se dice que son estáticamente indefinidas. La resolución de las estructuras hiperestáticas se verá en Estabilidad III.

En Estabilidad I se estudiarán solamente estructuras isoestáticas o estáticamente definidas. La resolución de las mismas se realiza a través de las ecuaciones escalares del equilibrio.

Cadenas de chapas y pórticos⁸

Las cadenas de chapas son estructuras planas formadas por la vinculación entre chapas. Como se mencionara anteriormente, las chapas pueden reemplazarse por barras.

Pórticos planos o espaciales son estructuras formadas por barras de eje recto o curvilíneo.

- A los elementos cuyo eje es horizontal los llamaremos vigas o dinteles.
- A los elementos de eje vertical los llamaremos columnas.
- A los elementos de eje inclinado los llamaremos tensor o puntal, según se encuentre sometido a tracción o compresión respectivamente.

⁷ Esta sustitución es admisible para el cálculo de las RVE. Para el cálculo de las RVI, éste solo se realizará en estructuras formadas por barras.

⁸ En Estabilidad I se resolverán únicamente estructuras de un solo cuerpo en el espacio, salvo casos particularmente simples.

Vínculos internos

A los vínculos entre elementos estructurales, a diferencia de los vínculos a tierra, se les llama vínculos internos. Existen diferentes tipos de vínculos internos según el movimiento relativo permitido entre los elementos implicados. Por lo general permiten solamente un grado de libertad relativo.

Para visualizar más fácilmente el movimiento relativo que permiten, se asume que de las dos partes involucradas, una se encuentra fija.




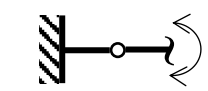
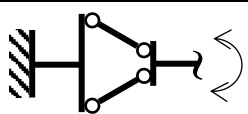
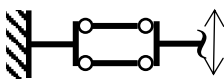
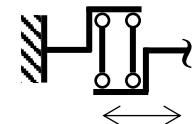
Representación	Nombre	Desplazamientos posibles		
				
	Articulación (propia)	✗	✗	✓
	Articulación propia (en el punto de intersección de las bielas)	✗	✗	✓
	Bielas paralelas o articulación impropia en la dirección horizontal	✓	✗	✗
	Bielas paralelas o articulación impropia en la dirección vertical	✗	✓	✗

Tabla 4. Vínculos internos en el plano

Análisis cinemático

Para que una estructura sea **cinemáticamente invariable**, es decir que frente a cualquier sistema de fuerzas que actúe sobre la misma ésta permanecerá en reposo, es necesario que la cantidad de condiciones de vínculo sea por lo menos igual a la cantidad de grados de libertad, como se muestra en la Tabla 2. Sin embargo, esta condición necesaria no es suficiente ya que distintas restricciones pueden estar impidiendo el mismo grado de libertad. A esta situación se le denomina **vinculación aparente**.

Se debe verificar que las condiciones de vínculo impuestas, efectivamente logren inmovilizar la estructura.

Se llama **análisis cinemático** a la doble verificación:

- Condición necesaria, pero no suficiente, $GL \leq CV$
- Verificación de inexistencia de vinculación aparente.

El análisis cinemático es independiente del estado de cargas que afecte al sistema.

Elemento estructural único

En el plano un cuerpo posee 3 grados de libertad. Para fijarlo a tierra es necesario imponer 3 condiciones de vínculo, cuidando que cada una impida un movimiento independiente.

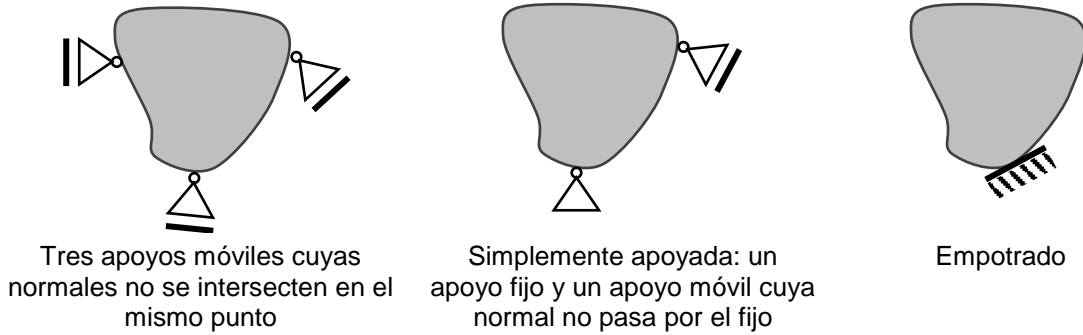


Figura 4. Vinculación externa de un cuerpo en el plano

Para determinar cuáles son las reacciones en los vínculos es suficiente con plantear las 3 ecuaciones de equilibrio de un cuerpo en el plano (Eq. 3).

Un cuerpo en el espacio posee 6 grados de libertad. Para fijarlo se imponen 6 restricciones independientes al movimiento.

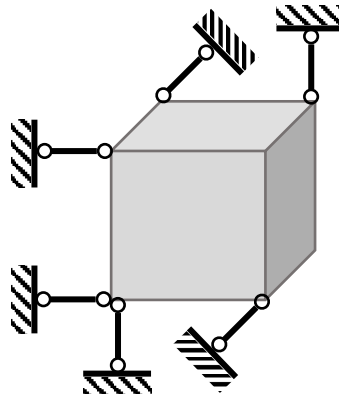


Figura 5. Ejemplo de vinculación externa de un cuerpo en el espacio

Vinculación aparente

Cuando distintos vínculos externos impiden el mismo movimiento.

En el plano:

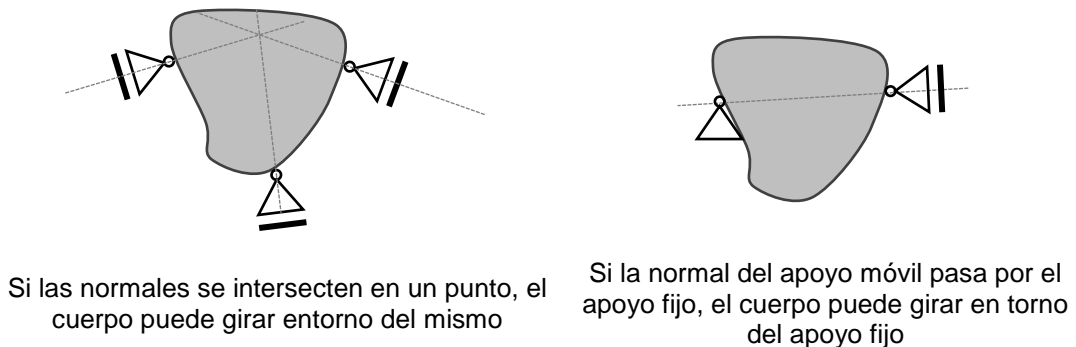


Tabla 5. Vinculación aparente de un cuerpo en el plano

O en el espacio, si encontramos una recta que corte las 6 bielas, existe vinculación aparente.

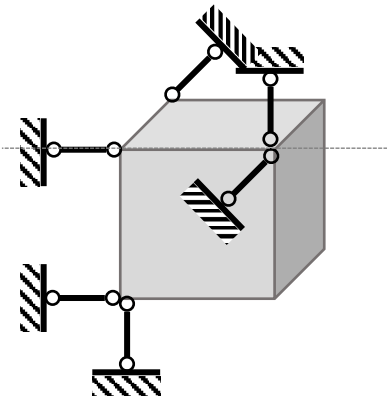


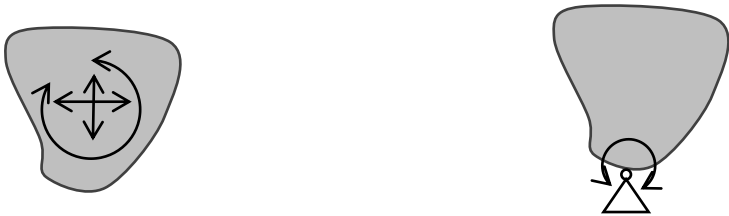
Figura 6. Ejemplo de vinculación aparente de un cuerpo en el espacio: el cuerpo puede girar entorno del eje horizontal

Cadenas abiertas en el plano

Cuando un cuerpo está vinculado a otro, ambos ven restringidas sus posibilidades de movimiento. Por lo tanto, la cantidad de grados de libertad de un sistema compuesto por dos o más cuerpos no es la suma directa de los grados de libertad de cada cuerpo sino que es necesario restarle la cantidad de grados de libertad que restringen los vínculos internos. Se explicará lo antedicho mediante el caso más básico de cadena de cuerpos en el plano: el arco de tres articulaciones.

Arco de 3 articulaciones

Un cuerpo en el plano posee 3 grados de libertad, que son la roto traslación. Si se se fija el cuerpo mediante un vínculo fijo, de 2da especie, éste le restringe 2 grados de libertad. El cuerpo fijado a tierra mediante un vínculo fijo tiene un grado de libertad, que es la rotación en torno de la articulación del vínculo.



Cuerpo libre en el plano: 3 GL, es decir roto traslación

Cuerpo fijado mediante un vínculo fijo: 1 GL, es decir rotación en torno de la articulación

Figura 7. Vinculaciones en un solo cuerpo

Se considera ahora que contiguo al primer cuerpo, que llamaremos 1, fijado mediante una articulación existe otro cuerpo, que llamaremos 2, fijado de la misma manera. En ese caso ambos cuerpos pueden girar cada uno en torno de las articulaciones a las que se encuentran fijados a tierra.

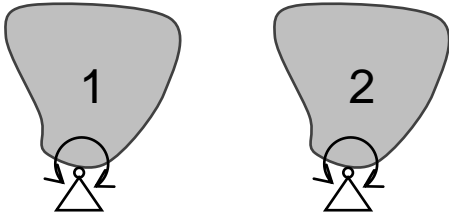


Figura 8. Dos cuerpos fijados con un vínculo fijo cada uno. En total 2 GL, es decir rotación de cada uno entorno de su articulación

Si se vincula el cuerpo 1 al cuerpo 2 mediante una articulación A_{1-2} entre ellos, entonces ambos cuerpos quedan fijos. Teniendo en cuenta la hipótesis de rigidez la distancia d_1 es invariable y un giro del cuerpo 1 en torno a su apoyo fijo arrastraría a la articulación A_{1-2} en la dirección δ_1 , perpendicular a d_1 . Realizando el mismo razonamiento para la chapa 2 se ve que el único desplazamiento posible para la articulación A_{1-2} , separada del apoyo fijo una distancia d_2 invariable, sería en dirección δ_2 , debido a un giro de esta chapa entorno a su apoyo fijo. Observamos entonces que A_{1-2} tiene dos restricciones de desplazamientos que no son compatibles entre sí por lo tanto la articulación constituye un punto fijo de la cadena, que junto con los puntos fijos impuestos por las restricciones externas inmovilizan la cadena. Se llega a la conclusión de que la estructura así vinculada es cinemáticamente invariable.

A esta configuración se le llama arco de 3 articulaciones.

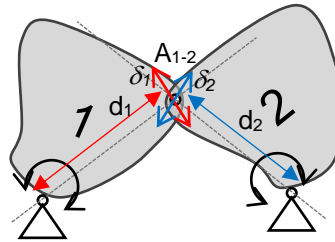


Figura 9. Arco de 3 articulaciones no alineadas: estructura cinemáticamente invariable

Haciendo un balance de grados de libertad de la cadena, se tienen dos cuerpos en el plano, que tienen 3 grados de libertad cada uno. Los vínculos externos imponen 2 condiciones de vínculo cada uno. El vínculo interno restringe 2 grados de libertad. Se cumple que la cantidad de grados de libertad iguala a la cantidad de condiciones de vínculo impuestas.

Cantidad de cuerpos = 2

Grados de libertad	Condiciones de vínculo	
	Condiciones de vínculo externas	Condiciones de vínculo internas
$2 \times 3 = 6$	$2 + 2 = 4$	$2 \times 1 = 2$
6	$4 + 2 = 6$	

Balance: $GL = CV \Rightarrow$ estructura isoestática

Para que se trate de una estructura cinemáticamente invariable es necesario que las articulaciones no se encuentren alineadas, dado que de lo contrario, el giro permitido⁹ por la restricción externa de uno de los cuerpos, será el mismo movimiento permitido por el vínculo externo del otro cuerpo y lo que es un caso de vinculación aparente.

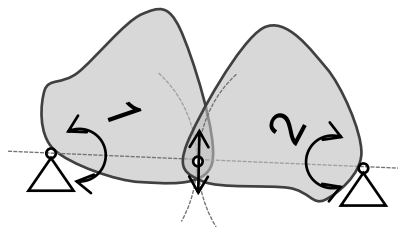


Figura 10. Arco de 3 articulaciones alineadas: vinculación aparente. Ambos cuerpos pueden girar en torno de las articulaciones externas

⁹ Notar que el giro para pequeños movimientos, se traduce en una traslación en la dirección de la tangente del arco descrito por la articulación que vincula los cuerpos con centro en el vínculo externo.

Otras cadenas de 2 cuerpos en el plano

Para cadenas de 2 chapas la cantidad de vínculos internos es uno: el vínculo que une ambas chapas. Los vínculos internos restringen dos grados de libertad cada uno. Teniendo en cuenta esto, las posibilidades de vinculación que cumplen con la condición de isoestaticidad son todas aquellas combinaciones que sumen 4 condiciones de vínculo externo entre ambas, incluido el arco de 3 articulaciones.

A saber:

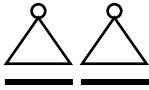
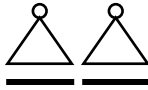



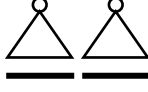


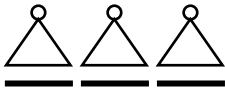

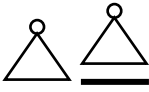

$CVE_{\text{cuerpo 1}} + CVE_{\text{cuerpo 2}}$	Vínculos en cuerpo 1	Vínculos en cuerpo 2
2 + 2		
		
		
3+1		
		
		

Tabla 6. Vinculaciones posibles para cadenas isoestáticas de dos chapas

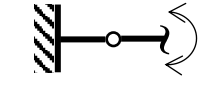
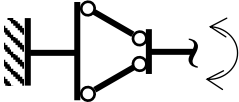
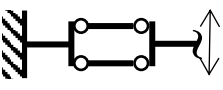
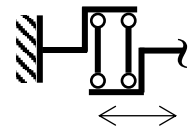
Sin embargo, la condición de isoestaticidad no es suficiente para afirmar que la estructura es cinemáticamente invariable. Es necesario realizar un análisis cinemático para detectar si no existe vinculación aparente.

Reacciones en los vínculos

Dado un estado de cargas conocido actuando sobre una estructura, los vínculos desarrollan reacciones para mantener a la estructura en equilibrio. Si el objetivo es conocer esas reacciones se debe plantear el equilibrio de la estructura, poniendo de manifiesto tanto las acciones que actúan sobre la estructura como las reacciones en los vínculos.

La cantidad de condiciones de vínculo en cadenas de 2 chapas son 4. Se ve entonces que las ecuaciones de equilibrio global en el plano (Eq, 1) no son suficientes. Se debe recurrir además a ecuaciones de equilibrio parciales. Esto es: **si la estructura está en equilibrio, entonces sus partes también se encuentran en equilibrio**. Se asume entonces el equilibrio de una parte de la estructura, asumiendo que la otra se encuentra fija.

Debe asumirse que no existen fuerzas o momentos que reducidos al vínculo interno tengan una componente coincidente con la dirección que el vínculo permite el movimiento. Es decir: si el vínculo es una articulación, el movimiento que permite es el giro de un cuerpo respecto del otro. Debe verificarse que todas las cargas actuantes en un cuerpo no realicen un momento en torno de ese punto, ya que si ese momento existiera el giro se materializaría. Análogamente, si el vínculo interno permite el movimiento en un determinado eje, no deben existir componentes de fuerza paralelos a ese eje a un lado o al otro del vínculo.

Vínculo interno	Ecuación de equilibrio interno
	$\sum M_{\text{cuerpo a derecha}} = 0$
	$\sum M_{\text{cuerpo a derecha}} = 0$
	$\sum F_V \text{ cuerpo a derecha} = 0$
	$\sum F_H \text{ cuerpo a derecha} = 0$
Tabla 7. Vínculos internos y ecuaciones de equilibrio parcial.	

Es importante notar que, independientemente de dónde esté ubicado el vínculo entre dos cuerpos, las fuerzas y momentos involucrados en la ecuación de equilibrio parcial son los actuantes en el cuerpo que se asume podría moverse respecto del otro. Este puede ser el caso en que la articulación propia no está ubicada entre ambos cuerpos sino sobre uno de ellos. En ese caso las fuerzas involucradas son las que están aplicadas sobre el cuerpo de la derecha, aunque haya fuerzas aplicadas a izquierda de la articulación.

Las ecuaciones de equilibrio parcial plantean el equilibrio hacia un lado o hacia el otro. Pueden también plantearse ecuaciones de equilibrio parcial hacia ambos lados de un vínculo interno, en reemplazo de la ecuación de equilibrio global correspondiente a ese grado de libertad.

Cadenas abiertas de n cuerpos en el plano

Dada una cadena abierta de n cuerpos en el plano, la cantidad de grados de libertad totales son 3 GL por chapa.

$$GL = 3 \cdot n \quad (\text{Eq 4})$$

Asumiendo que cada cuerpo está vinculado al subsiguiente mediante un vínculo interno, la cantidad de los mismos será igual a la cantidad de cuerpos menos uno.

$$VI = n - 1 \quad (\text{Eq 5})$$

Si cada vínculo interno restringe 2 grados de libertad, la cantidad de condiciones de vínculo interno es igual a dos veces la cantidad de vínculos Internos.

$$CVI = 2 \cdot (n - 1) \quad (\text{Eq 6})$$

La condición de isoestaticidad surge de igualar los grados de libertad a la totalidad de las condiciones de vínculo, esto es la suma de las condiciones de vínculo externos e internos:

$$GL = CV = CVI + CVE \quad (\text{Eq 7})$$

Por lo tanto, asumiendo el cumplimiento de la condición de isoestaticidad, se puede despejar la cantidad de condiciones de vínculo externo.

$$CVE = GL - CVI = 3n - 2(n - 1) \quad (\text{Eq 8})$$

Por lo tanto, para cadenas abiertas de n cuerpos isoestáticas, es necesario que:

$$CVE = n + 2 \quad (\text{Eq 9})$$

Como esta condición es necesaria, pero no suficiente, debe verificarse además que no existe vinculación aparente para afirmar que la estructura es cinemáticamente invariable.

Estas condiciones de vínculo deben estar repartidas entre los cuerpos de la cadena, de forma que todos los cuerpos se encuentren fijos. En la Tabla 6, se detallaron las posibles combinaciones de condiciones de vínculo por cuerpo para cadena de 2 cuerpos. Para cadenas más numerosas las combinaciones se multiplican. Notar que un mismo cuerpo no debería tener restringidas más de las 3 condiciones de vínculo necesarias para fijarlo. Por lo tanto, más de 3 CVE aplicadas en el mismo cuerpo implican necesariamente vinculación aparente.

A medida que la cadena se hace más larga, la cantidad de incógnitas que representan las reacciones en los vínculos se hace mayor, según la ecuación Eq 11. Por lo tanto se deberá aumentar la cantidad de ecuaciones parciales para poder obtener un sistema de igual cantidad de ecuaciones que de incógnitas.

Esto es:

Cuerpos de la cadena abierta en el plano	Reacciones de vínculo incógnita	Ecuaciones de equilibrio global	Ecuaciones de equilibrio parcial
1	3	3	0
2	4	3	1
3	5	3	2
4	6	3	3
n	$n + 2$	3	$n - 1$

Tabla 8. Cantidad de ecuaciones globales y parciales en cadenas de cuerpos en el plano

Se agrega una ecuación de equilibrio parcial por cada vínculo entre cuerpos.

Cadenas cerradas en el plano

Si las cadenas de cuerpos forman una estructura cerrada, cada cuerpo se vincula con dos cuerpos.

La cantidad de grados de libertad totales en cadenas cerradas es la misma que para cadenas abiertas, que son 3 GL por chapa:

$$GL = 3 \cdot n \quad (\text{Eq 10})$$

Como cada cuerpo se vincula con dos cuerpos, entonces la cantidad de vínculos para la cadena es igual a la cantidad de cuerpos. Cada vínculo interno que restringe 2 grados de libertad, la cantidad de vínculos internos será igual a la cantidad de chapas menos uno.

$$VI = n \quad (\text{Eq 11})$$

La cantidad de condiciones de vínculo interno es igual a dos veces la cantidad de vínculos, que es igual a la cantidad de cuerpos.

$$CVI = 2 \cdot n \quad (\text{Eq 12})$$

Despejando la cantidad de condiciones de vínculo externo de la condición de isoestaticidad:

$$CVE = GL - CVI = 3n - 2n \quad (\text{Eq 13})$$

Por lo tanto, para cadenas cerradas de n cuerpos isoestáticas, es necesario que condiciones de vínculo externo sean iguales a la cantidad de cuerpos:

$$CVE = n$$

(Eq 14)

Cadenas cerradas de 3 cuerpos

Para formar una cadena cerrada de cuerpos es necesario contar con al menos 3 cuerpos. Este es el caso del triángulo, que forma una figura indeformable.

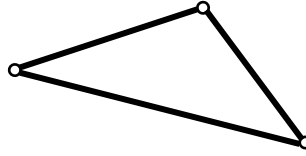


Figura 11. Triángulo plano indeformable

La cantidad de condiciones de vínculo externo es igual a la cantidad de cuerpos. En el caso de cadenas de tres cuerpos, sus condiciones de vínculo externo son tres, de forma que se comporta igual que un único cuerpo. De esta manera, para conocer las reacciones de vínculo externo para una cadena cerrada de 3 cuerpos plana, basta con plantear las ecuaciones de equilibrio en el plano Eq. 1.

Si la forma de los cuerpos fuera tal que las 3 articulaciones que los vinculan quedaran alineadas, estaríamos frente al caso de vinculación aparente.

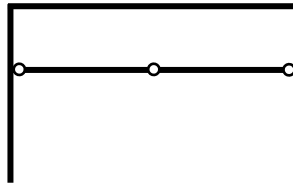


Figura 12. Ejemplo de vinculación aparente en cadenas cerradas de 3 cuerpos en el plano

Cadenas cerradas de n cuerpos en el plano¹⁰

Si la cadena está formada por más de 3 cuerpos, entonces las ecuaciones de equilibrio global ya no serán suficientes para determinar los valores de las reacciones de vínculo, dado un estado de cargas actuante sobre la estructura.

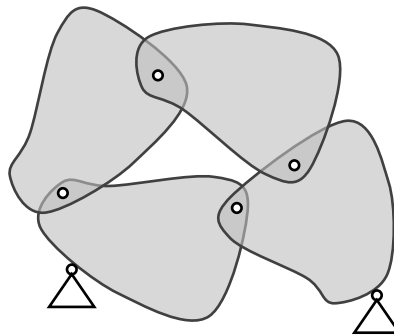


Figura 13. Cadena de cerrada de 4 cuerpos

Será necesario utilizar las ecuaciones de equilibrio parcial. Sin embargo, en una cadena cerrada no pueden identificarse dos partes unidas mediante un vínculo, ya que cada cuerpo se encuentra unido al subsiguiente de manera directa a través del vínculo entre ellos y de manera indirecta a través de la cadena que desemboca en mismo cuerpo subsiguiente.

¹⁰ Por lo general, en Estabilidad I no se resolverán cadenas de más de 4 cuerpos.

Es necesario entonces **abrir** la cadena cerrada, poniendo de manifiesto los vínculos internos, que también son incógnitas. De esta manera, si bien se agregan incógnitas al sistema de ecuaciones, pueden utilizarse las ecuaciones de equilibrio parcial en todos los vínculos.

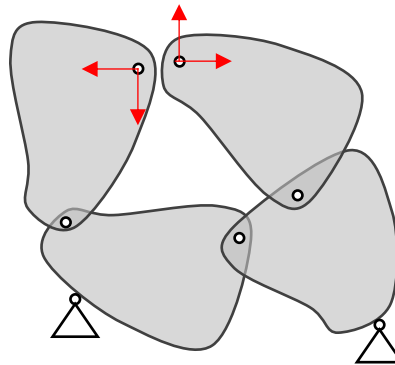


Figura 14. Para la resolución, es necesario abrir la cadena poniendo de manifiesto los vínculos internos¹¹.

Para simplicidad de cálculos es conveniente abrir la cadena en un vínculo interno, de forma que como el vínculo permite un grado de libertad, la cantidad de incógnitas que se agregan son las dos que restringe.

Una vez abierta la cadena, el procedimiento de resolución es el mismo que en el tratamiento de cadenas abiertas en el plano.

A modo de resumen

- En Estabilidad I se estudian estructuras de barras isoestáticas.
- Grados de libertad de un cuerpo representan las posibilidades de movimiento independiente. Es decir el número de coordenadas libres que posee.
- Condiciones de vínculo: restricciones al movimiento en coordenadas independientes.
- Reacciones de vínculo: en los vínculos, cada restricción en coordenada independiente se puede reemplazar por una fuerza o momento en esa dirección.
- Condiciones de vinculación:

Hiperestática	Isoestática	Hipoestática (mecanismo)
$GL < CV$	$GL = CV$	$GL > CV$

- Cinemáticamente invariable o estable: Frente a cualquier sistema de fuerzas que actúe sobre la estructura ésta permanecerá en reposo
- Análisis cinemático: doble verificación:
 - Condición necesaria, pero no suficiente, $GL \leq CV$
 - Verificación de inexistencia de vinculación aparente.
- La cantidad de grados de libertad de un cuerpo en el plano es 3 y en el espacio es 6.
- La cantidad de condiciones de vínculo externo necesarios de una cadena abierta de n cuerpos isoestática en el plano es $CVE = n + 2$.
- Para resolver cadenas abiertas de 2 cuerpos o más es necesario plantear ecuaciones de equilibrio parciales, además de las ecuaciones de equilibrio global.
- La cantidad de condiciones de vínculo externo necesarios de una cadena cerrada de n cuerpos en el plano es $CVE = n$
- Las cadenas cerradas de 3 cuerpos en el plano se comportan como un solo cuerpo en el plano.
- Para resolver cadenas cerradas de 4 o más cuerpos es necesario abrir la cadena, poniendo de manifiesto sus vínculos internos y plantear ecuaciones de equilibrio parcial, además de las ecuaciones de equilibrio global.

¹¹ Notar que el equilibrio se plantea en la configuración geométrica inicial, sin abrir