

Raíces de ecuaciones de segundo grado

Para una ecuación cuadrática con coeficientes reales o complejos existen siempre dos soluciones, no necesariamente distintas, llamadas raíces, que pueden ser reales o complejas (si los coeficientes son reales y existen dos soluciones no reales, entonces deben ser complejas conjugadas). Fórmula general para la obtención de raíces:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Se usa \pm para indicar las dos soluciones:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad y \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Deducción de la solución

Naturaleza de las raíces según el discriminante

El discriminante es $\Delta = b^2 - 4ac$ y sirve para analizar la naturaleza de las raíces que pueden ser reales o complejas.⁶

■ $\Delta > 0$: dos raíces reales distintas. la parábola corta el eje de las abscisas en dos puntos diferentes.

$$\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad y \quad \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

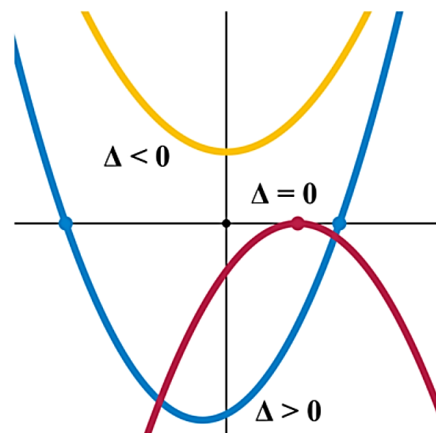
■ $\Delta = 0$: una raíz real, pero de multiplicidad dos o doble. La parábola solo toca en un único punto al eje de las abscisas.

$$-\frac{b}{2a}.$$

■ $\Delta < 0$: dos raíces complejas conjugadas. La parábola no corta al eje de las abscisas.

$$\frac{-b}{2a} + i\frac{\sqrt{-\Delta}}{2a}, \quad y \quad \frac{-b}{2a} - i\frac{\sqrt{-\Delta}}{2a},$$

donde i es la unidad imaginaria.



Signo del discriminante.