

Nombre y Apellido:

Número de Padrón:

Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios. En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

La evaluación se aprueba con 3 (tres) ejercicios bien resueltos.

Tema 1

- **Ejercicio 1.** Sea D el dominio natural de

$$\vec{g}(x, y, z) = (\sqrt{z + 8 - 2x^2 - y^2}, \ln(42 - z - y^2)).$$

Halle el volumen del cuerpo que ocupa la región D .

- **Ejercicio 2.** Calcule la circulación de $\vec{f}(x, y) = (y^2 + 2xy - y + e^x, y^2 + 2xy + x^2 + x)$ a lo largo de la curva de ecuación $\vec{X} = (2 \sin(t), 2 \cos(t))$, $t \in [0, \pi]$, orientada según la parametrización dada.
- **Ejercicio 3.** Calcule la circulación de

$$\vec{f}(x, y, z) = (xg(z) + y, x^2 + z, zg(x)), \quad \text{con } g \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R}),$$

a lo largo de la curva

$$C : \begin{cases} x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0 \\ x + z - 2 = 0 \end{cases},$$

recorrida de modo tal que en el punto $(2, 1, 0)$ el versor tangente a C tenga segunda componente positiva.

- **Ejercicio 4.** Sea Σ la superficie definida por las condiciones

$$z - x^2 - y^2 = 0, \quad z \leq 4$$

y sea $\vec{f} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ un campo vectorial \mathcal{C}^1 del cual se sabe que $\operatorname{div}(\vec{f})(x, y, z) = 2z$ para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ y que $f_3(x, y, 4) = 1$ para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, donde f_3 es la tercera componente de \vec{f} .

Calcule $\iint_{\Sigma} \vec{f} \cdot \vec{n} \, d\sigma$, siendo $\vec{n}(x, y, z)$ el versor normal a Σ en (x, y, z) que apunta hacia el eje z .

- **Ejercicio 5.** Sea C la curva ortogonal a la familia de curvas $y = kx^2$, $k \in \mathbb{R}$, que pasa por el punto $(0, 1)$ y sea D la región acotada del plano cuyo borde es C . Calcule

$$\iint_D (x^2 + y^2) \, dx dy.$$