

Nombre y Apellido:

Número de Padrón:

Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios. En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

La evaluación se aprueba con 3 (tres) ejercicios bien resueltos.

Tema 1

- **Ejercicio 1.** Sea $\vec{f} = \nabla\phi + \vec{g}$ tal que $\phi \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^3)$ y \vec{g} tiene componentes en $\mathcal{C}^1(\mathbb{R}^3)$.

Calcule la circulación \vec{f} a lo largo de la curva C de ecuaciones

$$x^2 - 2x + 4y^2 = 3 \quad \wedge \quad 2z - y = 2$$

sabiendo que $\nabla \times \vec{g}(x, y, z) = (-x, y - 2z, 0)$. Indique claramente en un gráfico la orientación de C que eligió para hacer el cálculo.

- **Ejercicio 2.** Calcule el volumen de la porción de la bola cerrada de \mathbb{R}^3 centrada en el origen y de radio 2 que está contenida en el cilindro sólido definido por $x^2 + z^2 \leq 1$.
- **Ejercicio 3.** Sea Σ la superficie definida por

$$z = x^2 \quad \wedge \quad x \geq 0 \quad \wedge \quad z \leq 9 \quad \wedge \quad -1 \leq y \leq 1.$$

Calcule la integral del campo escalar $h(x, y, z) = xy^2$ sobre Σ .

- **Ejercicio 4.** Sea $\vec{f}(x, y) = (\varphi(x)y^2, yx + \varphi(x)y)$, con $\varphi \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, un campo que cumple simultáneamente las condiciones:

1. $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{s} = 0$ para toda curva cerrada suave a trozos C contenida en \mathbb{R}^2 ;
2. $\vec{f}(0, 1) = (1, 1)$.

Halle φ y calcule la circulación de \vec{f} a lo largo de una curva Γ suave a trozos con punto inicial $(0, 1)$ y punto final $(0, 0)$.

- **Ejercicio 5.** Sea Σ la superficie abierta definida por las condiciones

$$z - x^2 - y^2 = 0, \quad z \leq 4$$

y sea $\vec{f}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ un campo vectorial \mathcal{C}^1 del cual se sabe que $\text{div}(\vec{f})(x, y, z) = 2z$ para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ y que $f_3(x, y, 4) = 1$ para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, donde f_3 es la tercera componente de \vec{f} .

Calcule $\iint_{\Sigma} \vec{f} \cdot \vec{n} \, d\sigma$, siendo $\vec{n}(x, y, z)$ el versor normal a Σ en (x, y, z) que apunta hacia el eje z .