

Estabilidad 1 Curso 3

tracción



compresión



flexión



cortadura



torsión.



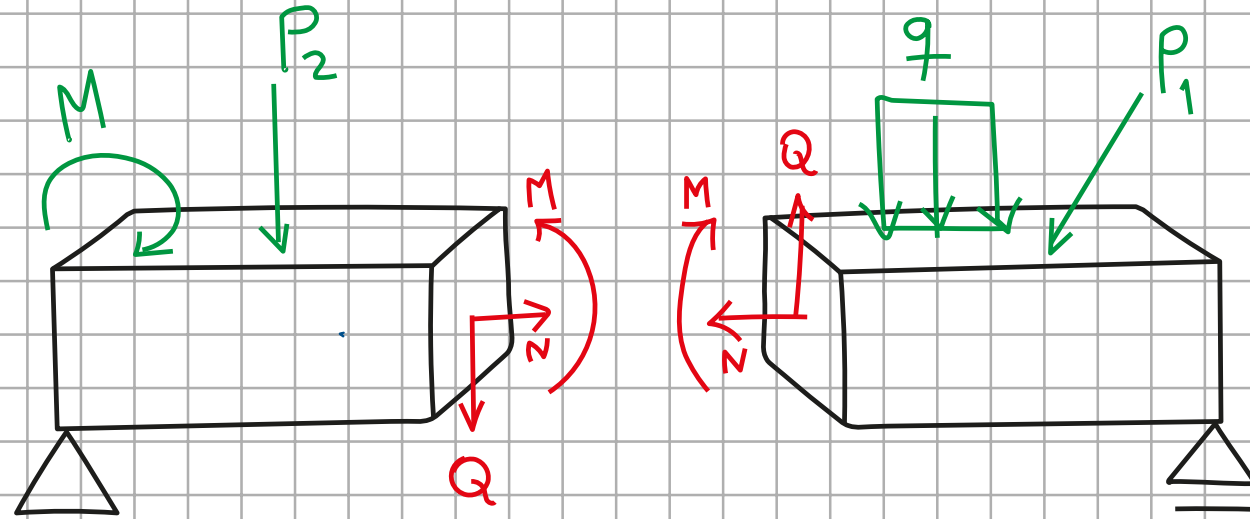
Diagramas 2D

Valeria Saavedra

Segundo Cuatrimestre 2021
Modalidad Online



Conceptos Introductorios



Definiciones:

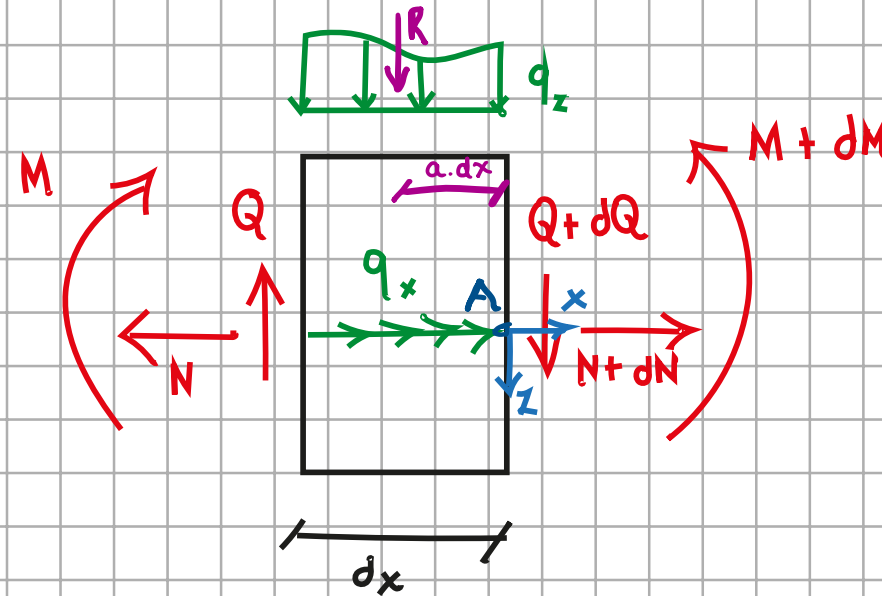
Esfuerzo Normal: al par de fuerzas opuestos reducidos en el baricentro de la sección, necesarios para restituir el equilibrio de cada una de las partes.

Esfuerzo Corte: al par de fuerzas opuestos reducidos en el baricentro de la sección, necesarios para restituir el equilibrio de cada una de las partes.

Esfuerzo Momento Flexor o Flector: al par de momentos opuestos reducidos en el baricentro de la sección, necesarios para restituir el equilibrio de cada una de las partes.

Relaciones Diferenciales en el Plano

Para conocer las relaciones entre los esfuerzos internos y las cargas, partimos planteando el equilibrio de un diferencial de barra.



Planteamos las ecuaciones de equilibrio en el plano:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= -\cancel{N} + q_x \cdot dx + \cancel{N} + dN = 0 \\ \sum F_z &= -\cancel{Q} + q_z \cdot dx + \cancel{Q} + dQ = 0 \\ \sum M^A &= -\cancel{M} - Q \cdot dx + q_z \cdot dx \cdot a \cdot dx + \cancel{M} + dM = 0\end{aligned}$$

despreciamos
infinitésimos de
orden superior



Esfuerzo Normal

$$\frac{dN}{dx} = -q_x(x)$$

Esfuerzo de Corte

$$\frac{dQ}{dx} = -q_z(x)$$

Momento Flexor

$$\frac{dM}{dx} = Q$$

Conceptos Introductorios

¿Qué necesitamos para empezar a trazar los diagramas de Características en el plano?

1) Relaciones Diferenciales

Esfuerzo Normal

$$\frac{dN}{dx} = -q_x(x)$$

Esfuerzo de Corte

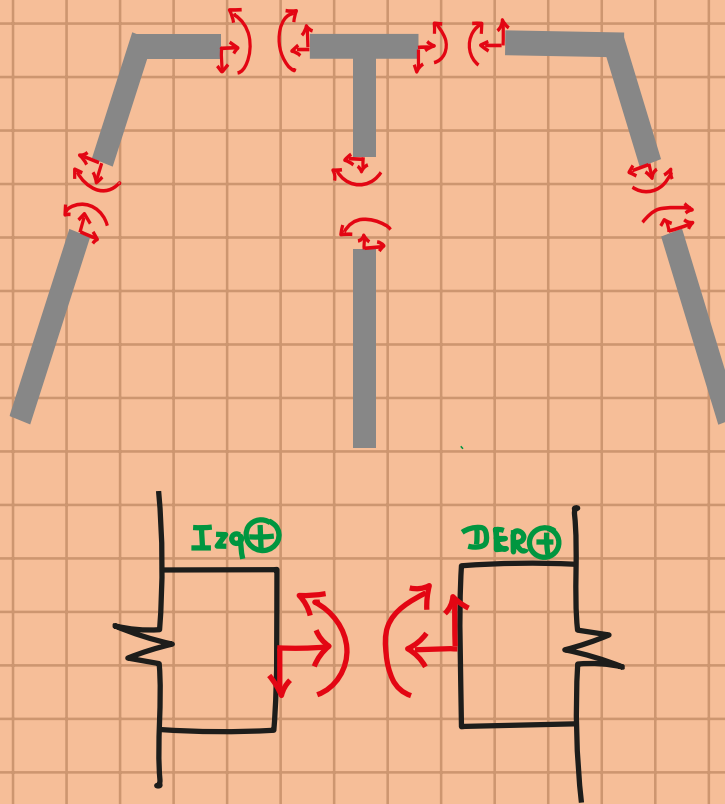
$$\frac{dQ}{dx} = -q_z(x)$$

Momento Flexor

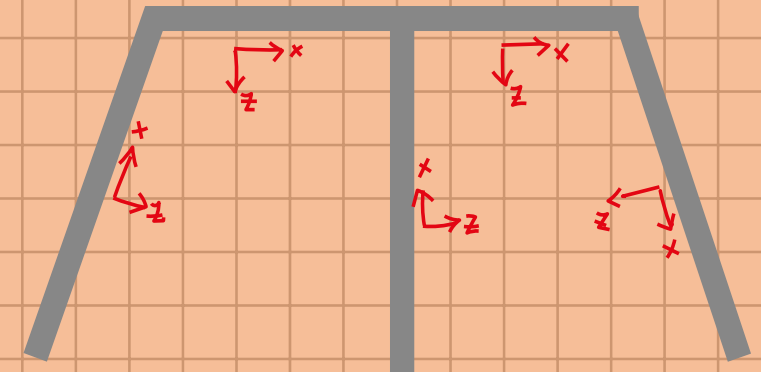
$$\frac{dM}{dx} = Q$$

Como observamos el D. de corte tiene relación con el D. de momento. Por ello recomendamos dibujar los D. de Corte y Momento uno debajo del otro

2) Convención de Signos



3) Terna Local

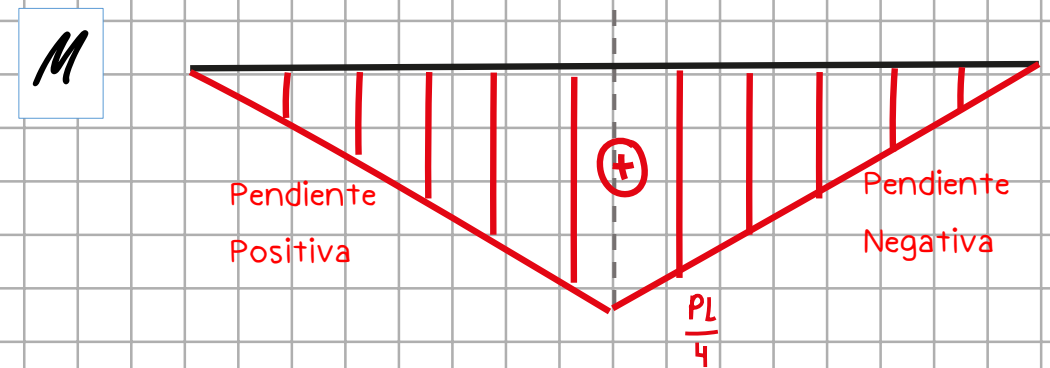
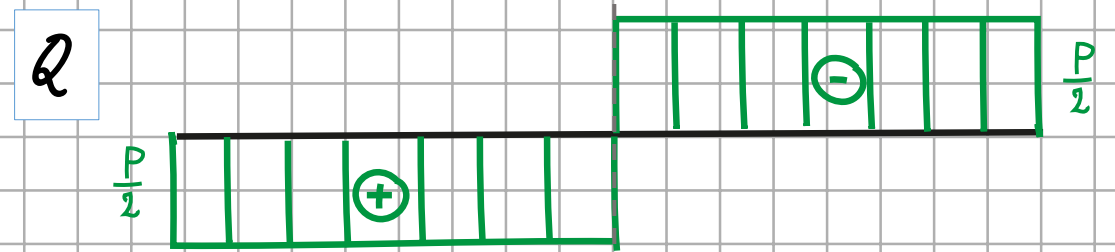
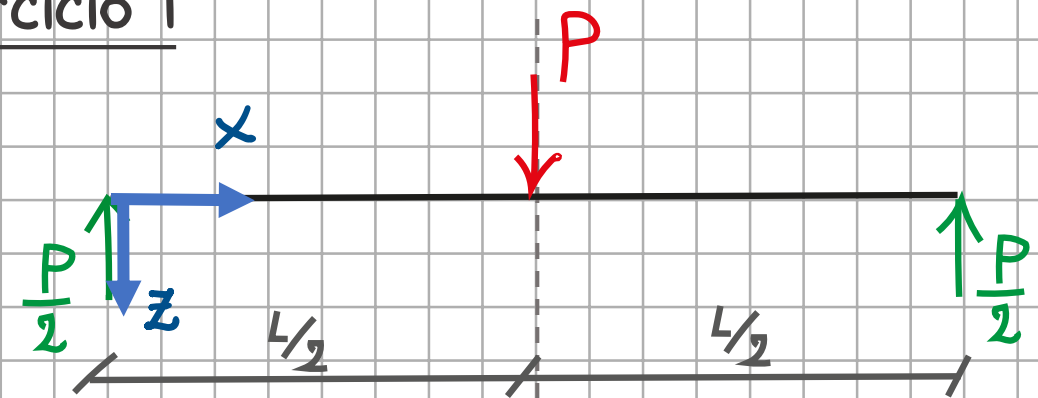


Terna Local: Es aquella aplicada a cada barra en particular, con el objeto de definir los signos de los diagramas de características.

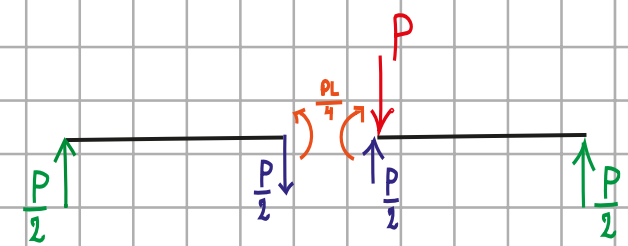
Terna Global: Es aquella aplicada a la totalidad de la estructura con el objeto de determinar las componentes de reacción de vínculo externo

Diagramas de Características 2D

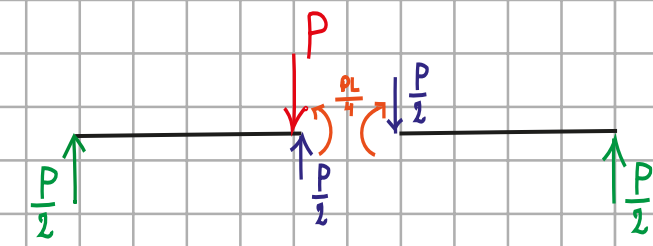
Ejercicio 1



Si cortamos un infinitesimal antes de P:



Si cortamos un infinitesimal después de P:



¿Momento flexor de dimensionamiento?

Esfuerzo Normal

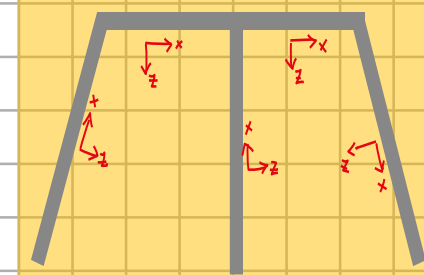
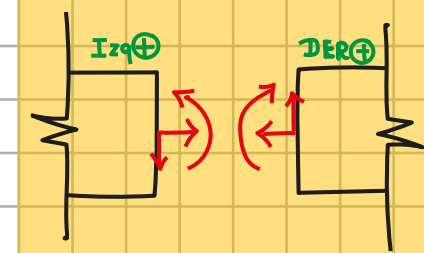
$$\frac{dN}{dx} = -q_x(x)$$

Esfuerzo de Corte

$$\frac{dQ}{dx} = -q_z(x)$$

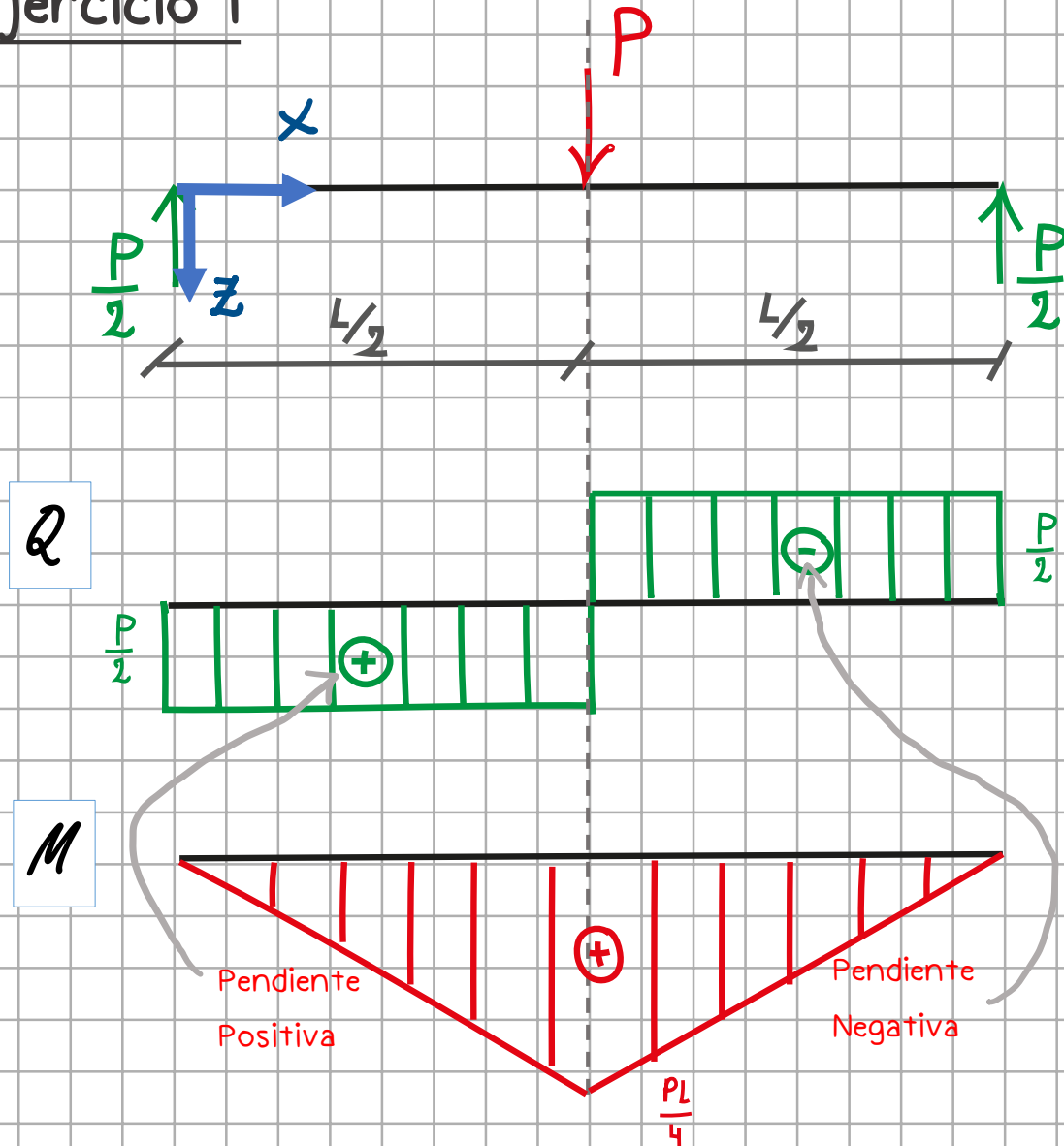
Momento Flexor

$$\frac{dM}{dx} = Q$$



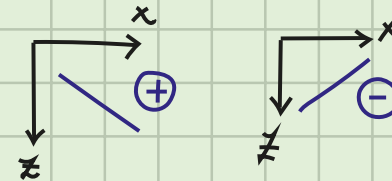
Diagramas de Características 2D

Ejercicio 1



Conclusiones:

- 1) Una fuerza puntual genera un SALTO con esa magnitud en el diagrama de CORTE.
- 2) Una fuerza puntual genera un cambio de pendiente en el diagrama de momentos.
- 3) $q_z = 0 \rightarrow$ diagrama de corte es uniforme o constante entonces el diagrama de momentos es lineal.



Esfuerzo Normal

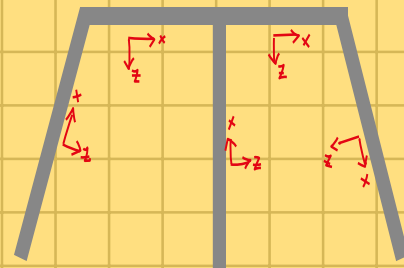
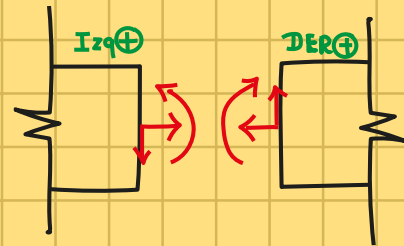
$$\frac{dN}{dx} = -q_x(x)$$

Esfuerzo de Corte

$$\frac{dQ}{dx} = -q_z(x)$$

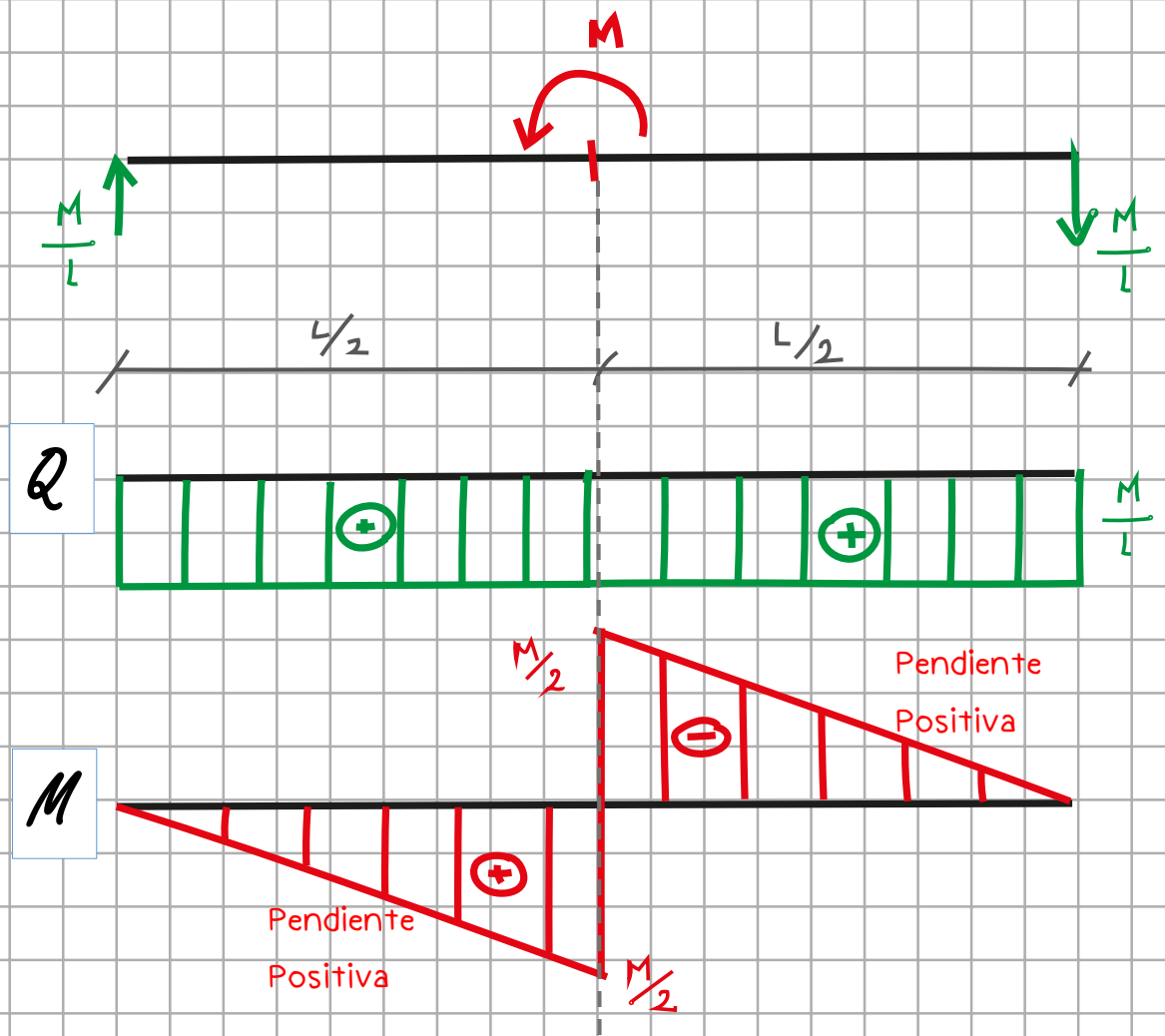
Momento Flexor

$$\frac{dM}{dx} = Q$$

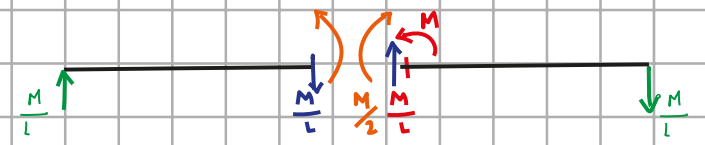


Diagramas de Características 2D

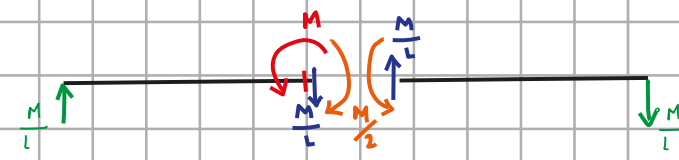
Ejercicio 2



Si cortamos un infinitesimal antes de P:



Si cortamos un infinitesimal después de P:



Esfuerzo Normal

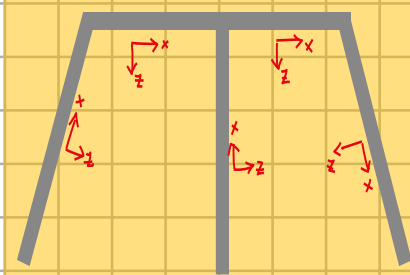
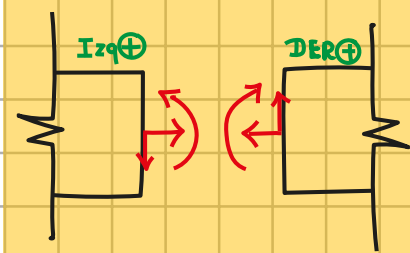
$$\frac{dN}{dx} = -q_x(x)$$

Esfuerzo de Corte

$$\frac{dQ}{dx} = -q_z(x)$$

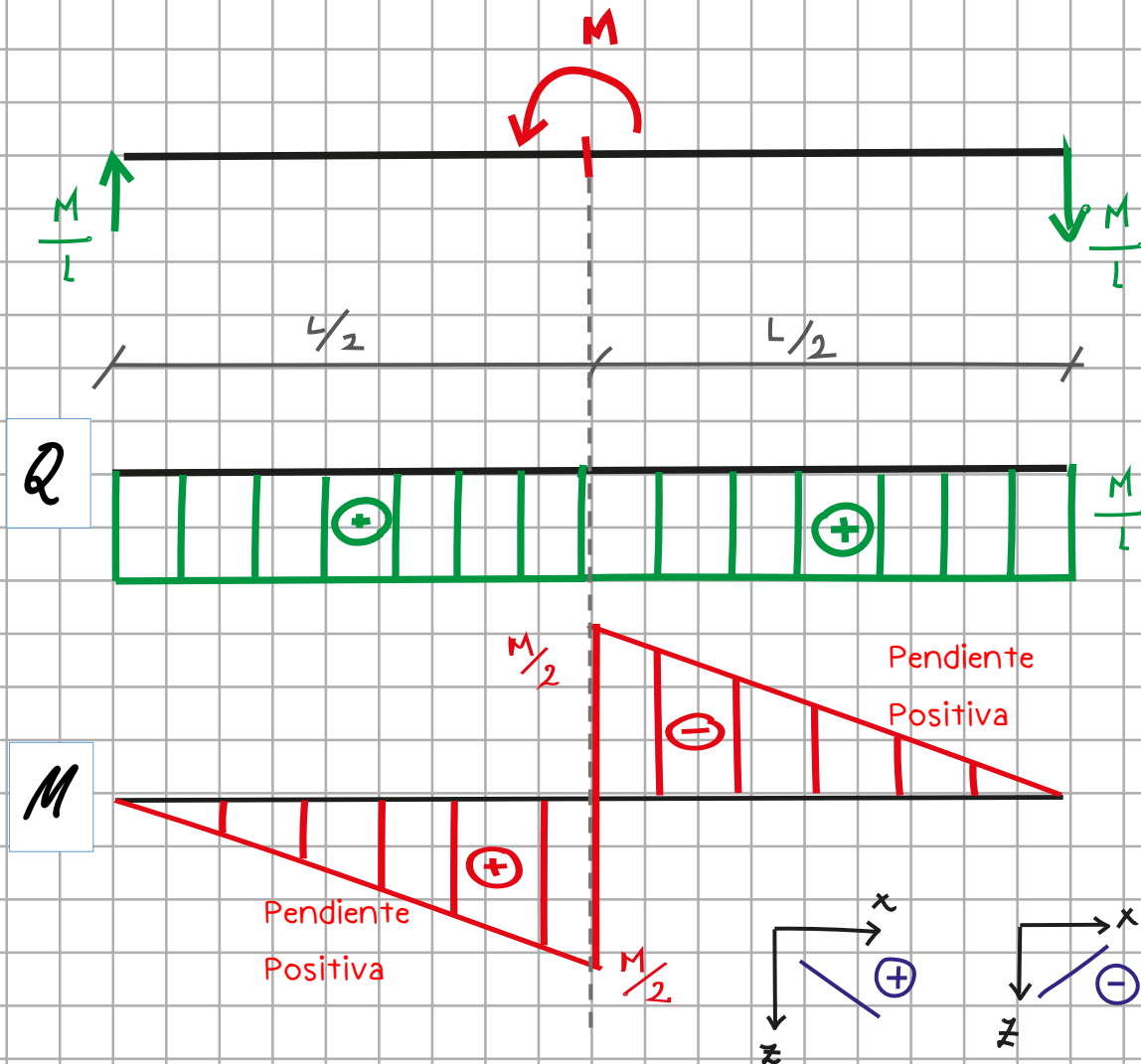
Momento Flexor

$$\frac{dM}{dx} = Q$$



Diagramas de Características 2D

Ejercicio 2



Conclusiones:

- 1) Un Momento puntual genera un SALTO con esa magnitud en el diagrama de MOMENTO.
- 2) $q_z = 0 \rightarrow$ diagrama de corte es uniforme o constante entonces el diagrama de momentos es lineal.

ACLARACIÓN: Existe la posibilidad que una barra tenga momentos flectores en toda su longitud y sin embargo el corte sea nulo.

¿Qué casos se les ocurre?



Esfuerzo Normal

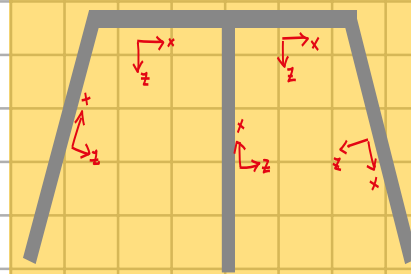
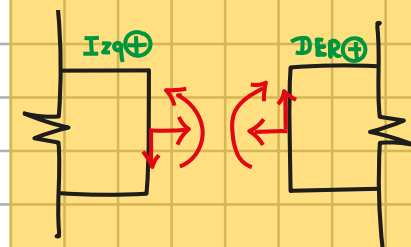
$$\frac{dN}{dx} = -q_x(x)$$

Esfuerzo de Corte

$$\frac{dQ}{dx} = -q_z(x)$$

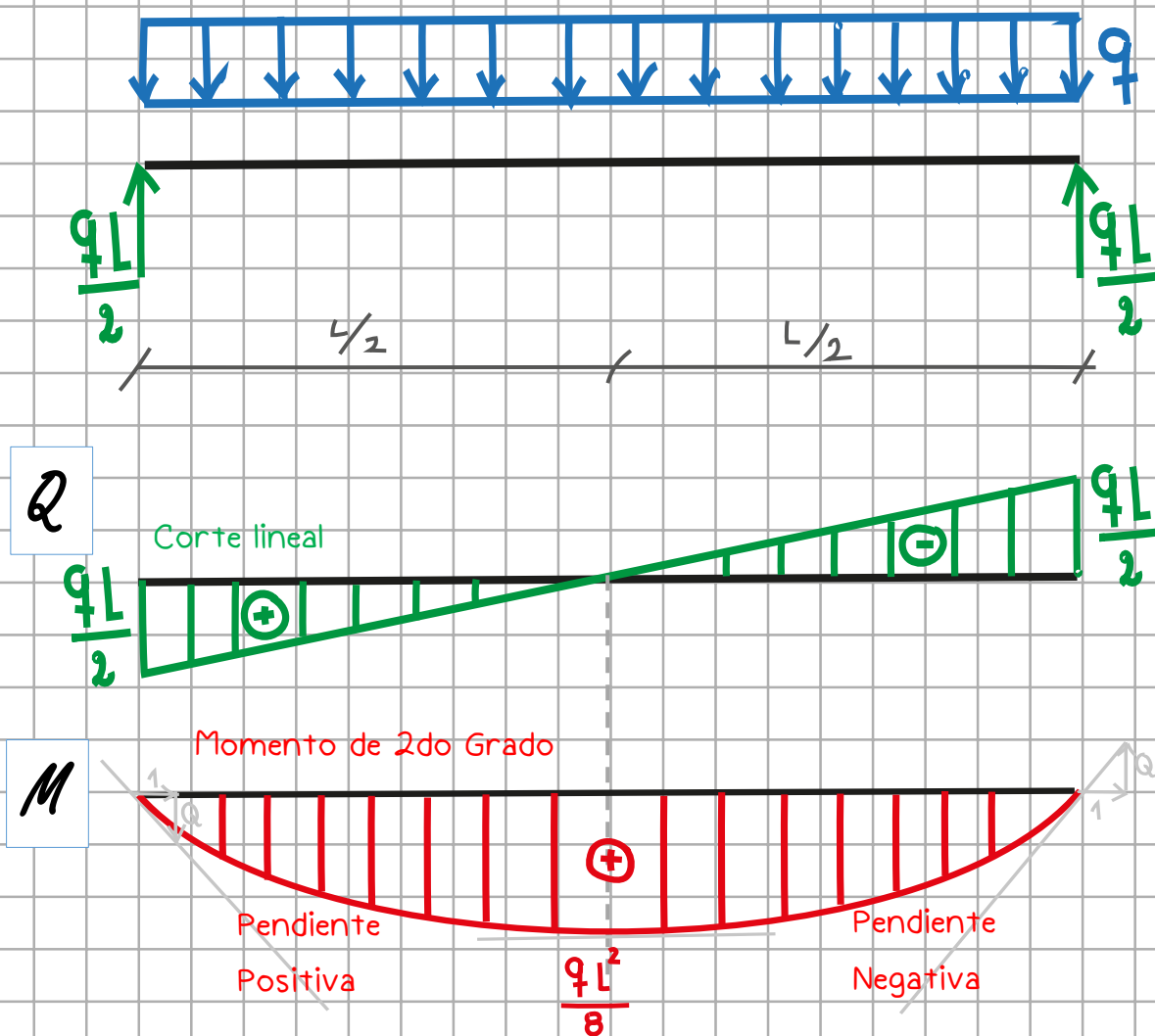
Momento Flexor

$$\frac{dM}{dx} = Q$$



Diagramas de Características 2D

Ejercicio 3



Conclusiones:

- 1) $q_z = \text{valor}$ → El diagrama de corte es lineal, por lo tanto el diagrama de momento es de 2do grado.
- 2) Para el diagrama de momentos, sabiendo tres puntos puedo trazar la parábola.
- 3) Donde el **Corte** se hace **nulo**, la tangente es horizontal y el **Momento Máximo**.

4) Método de las tangentes:

Si $\frac{dM}{dx} = Q$ con $dx=1$, entonces $dM = Q$

Si $\frac{dM}{dx} = 0$ con $dx=x$, entonces el momento es máximo

¿Cómo calculamos el valor máximo del Diagrama de momentos?

$$M_{max} - \frac{qL}{2} \cdot \frac{L}{2} + q \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{L}{4} = 0$$

$$M_{max} = \frac{qL^2}{8}$$

Esfuerzo Normal

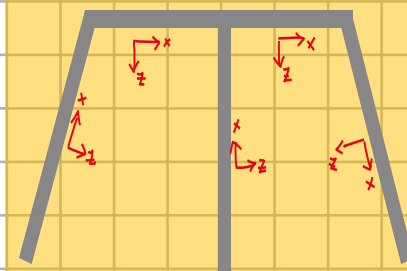
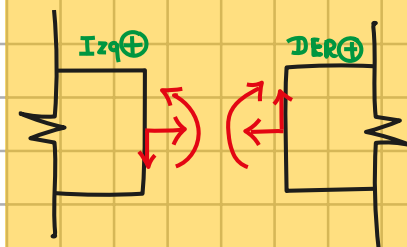
$$\frac{dN}{dx} = -q_x(x)$$

Esfuerzo de Corte

$$\frac{dQ}{dx} = -q_z(x)$$

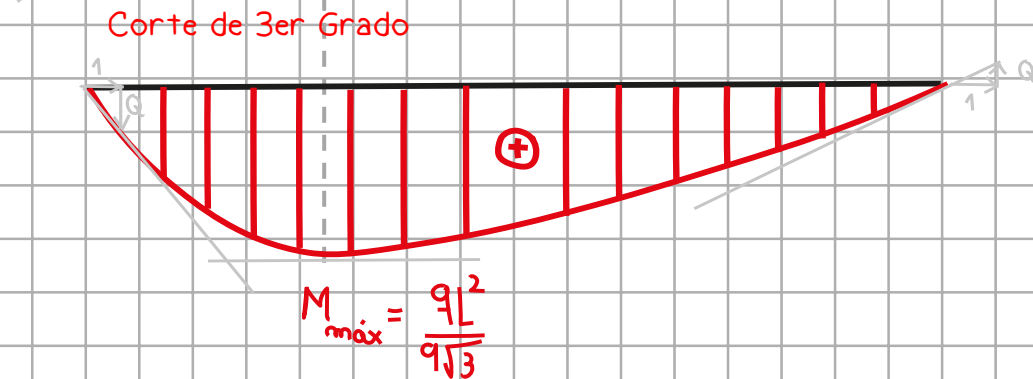
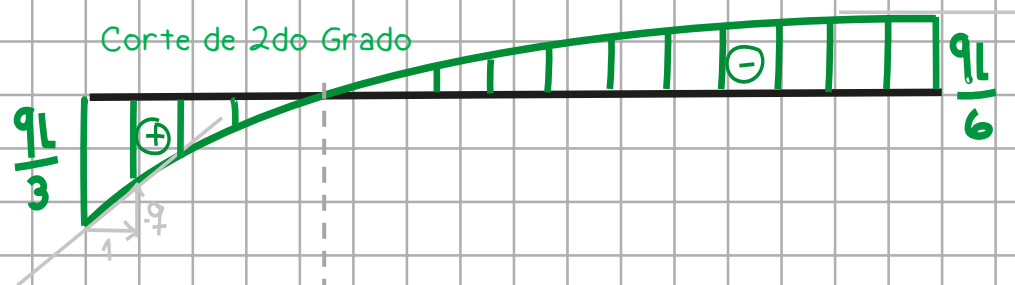
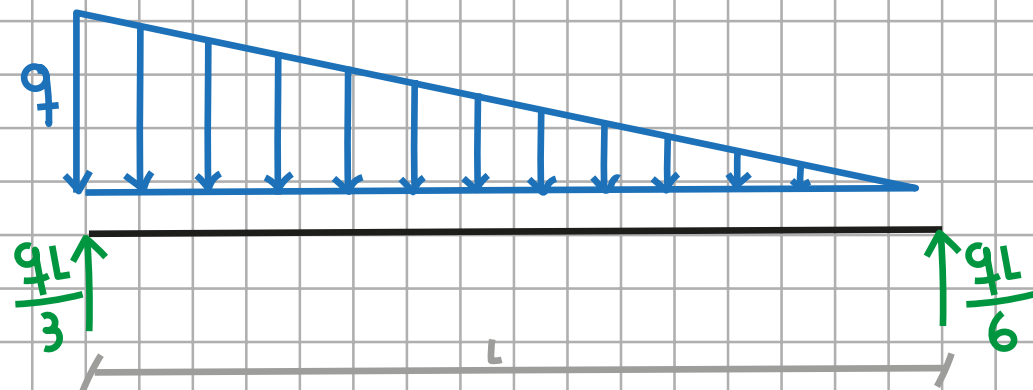
Momento Flexor

$$\frac{dM}{dx} = Q$$

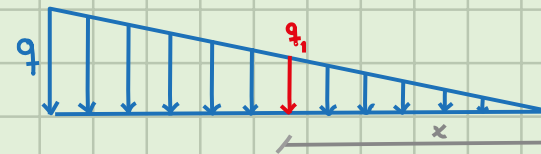


Diagramas de Características 2D

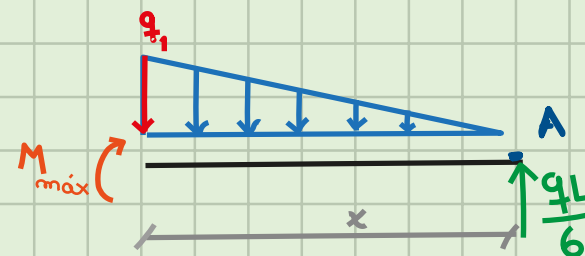
Ejercicio 4



Cálculos



$$\frac{q_1}{x} = \frac{q}{L} \rightarrow q_1 = \frac{q}{L} x$$



$$\sum F_y = \frac{q_1 x}{2} - \frac{qL}{6} = 0 \rightarrow \left(\frac{q}{L} x\right) \frac{x}{2} - \frac{qL}{6} = 0$$

$$x = \frac{L}{\sqrt{3}}$$

$$\sum M_A = M_{\max} - \left(\frac{q_1 x}{2}\right) \frac{2}{3} x = 0$$

$$M_{\max} - \left(\frac{q}{L}\right) \cdot \frac{1}{3} x^3 = 0$$

$$M_{\max} = \frac{qL^2}{9\sqrt{3}}$$

Esfuerzo Normal

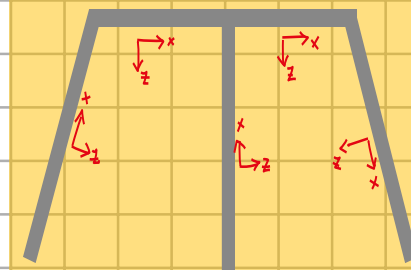
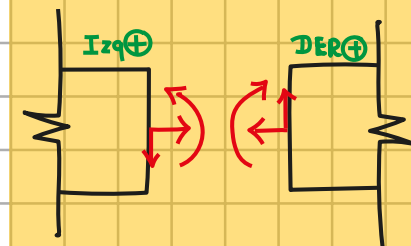
$$\frac{dN}{dx} = -q_x(x)$$

Esfuerzo de Corte

$$\frac{dQ}{dx} = -q_z(x)$$

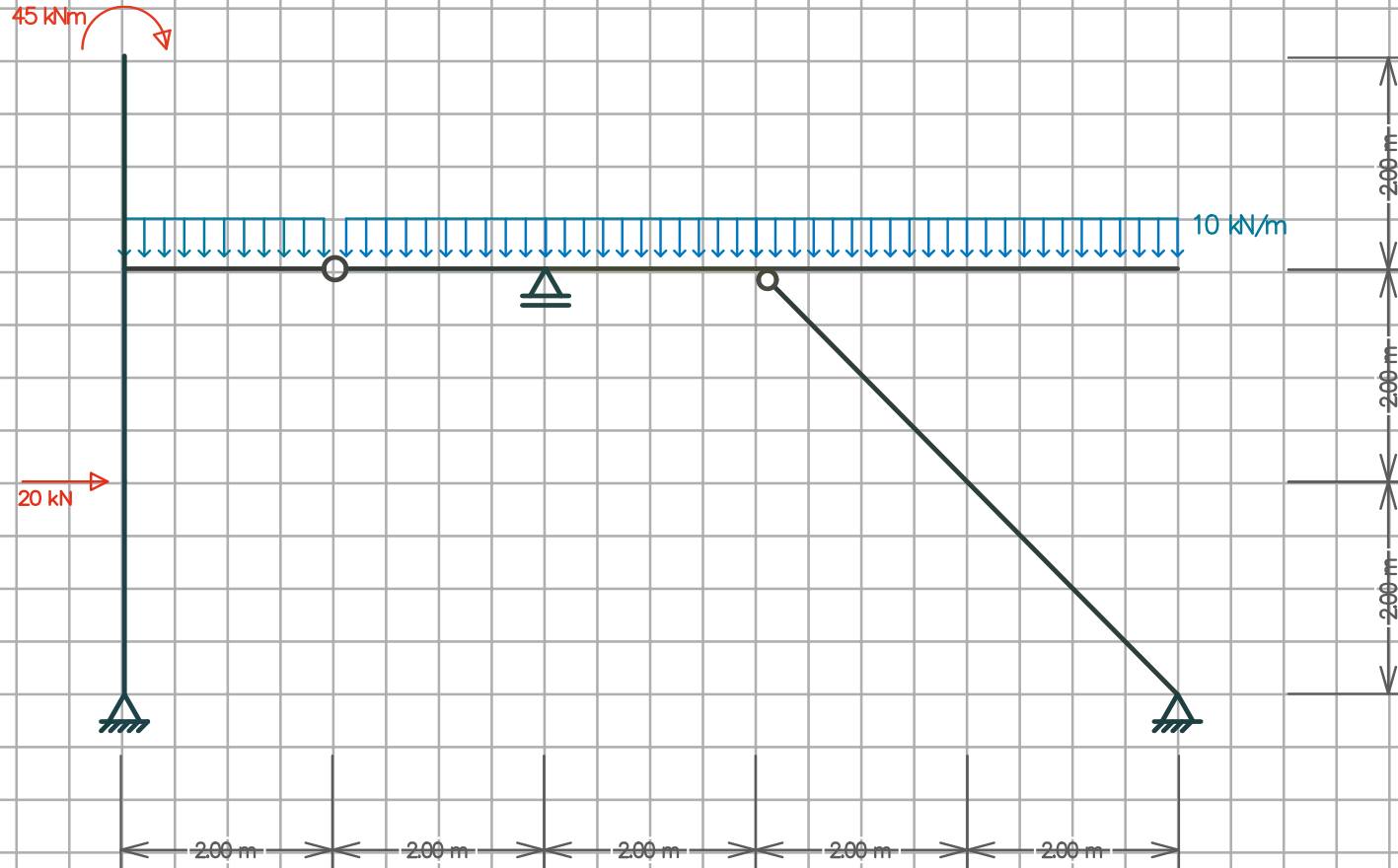
Momento Flexor

$$\frac{dM}{dx} = Q$$



Diagramas de Características 2D

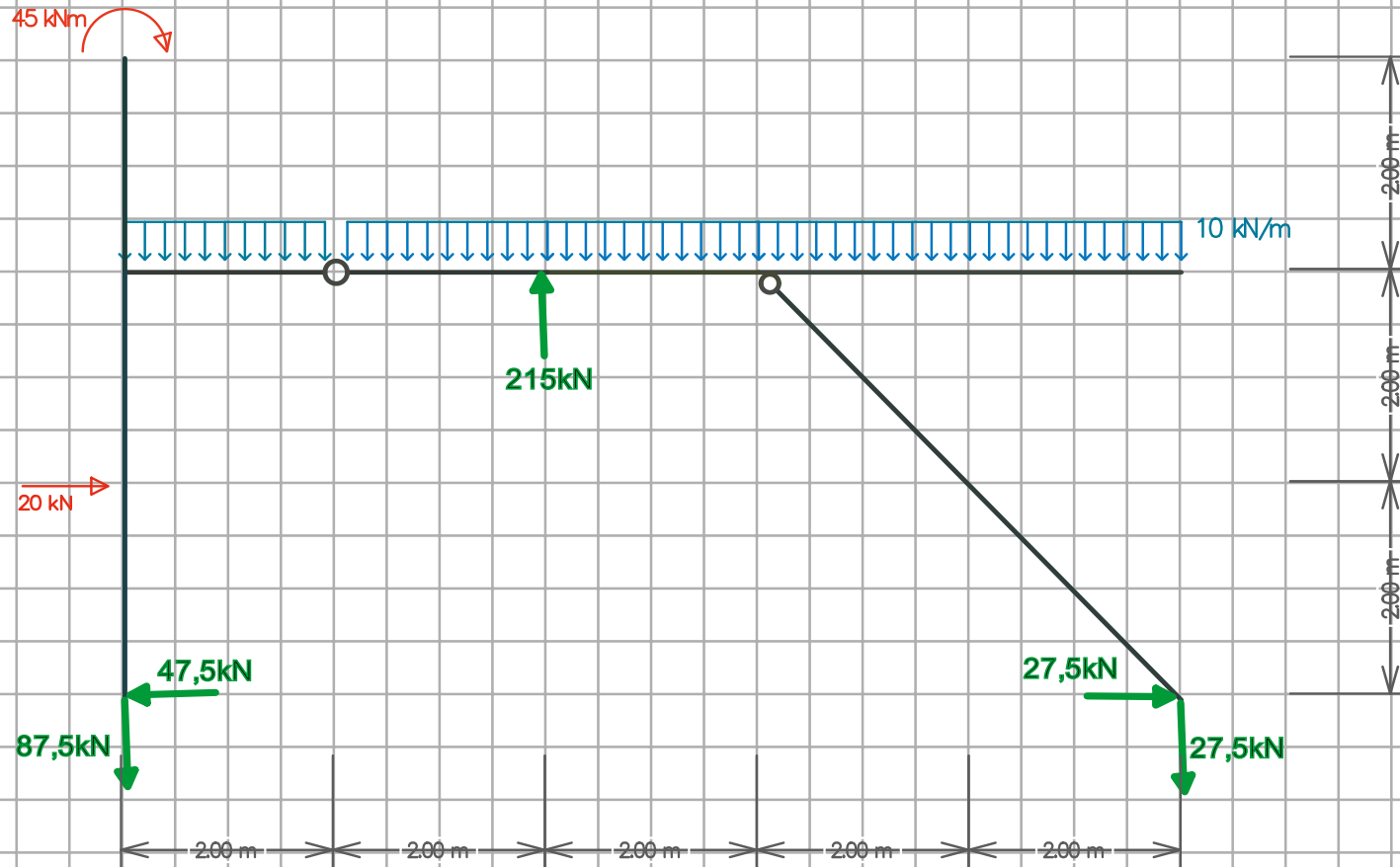
Ejercicio 5



- 1) Diagramas de Características
- 2) Momento flexor de dimensionamiento.

Diagramas de Características 2D

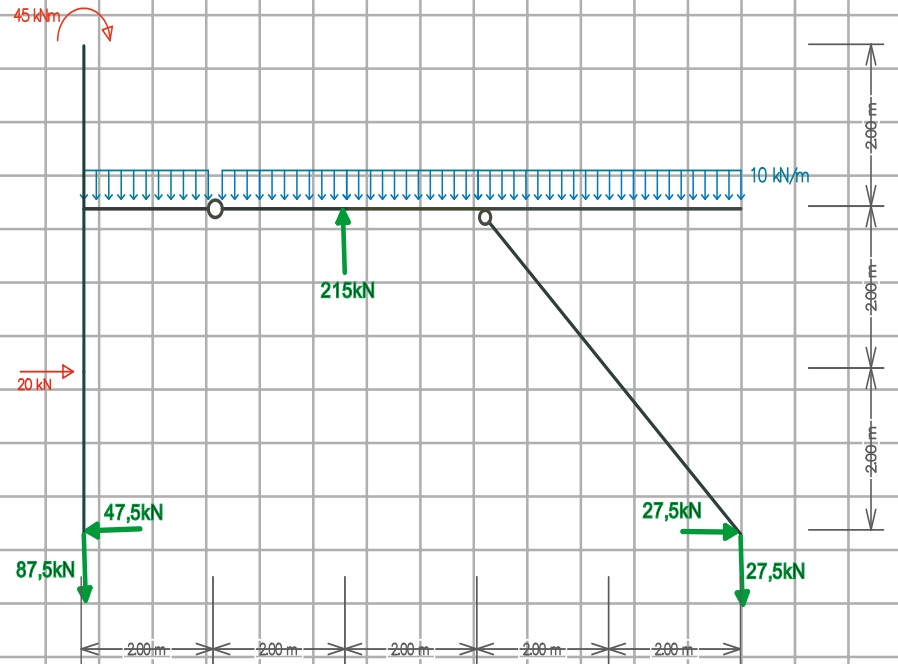
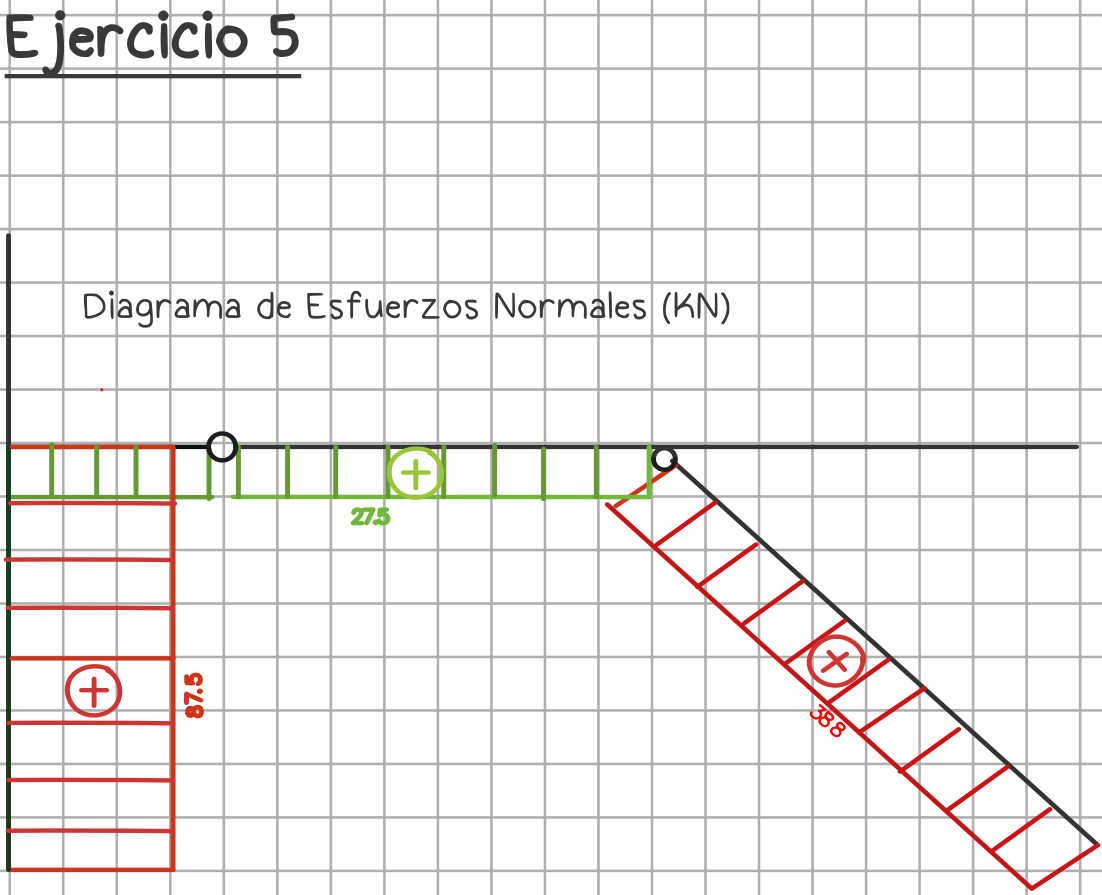
Ejercicio 5



- 1) Diagramas de Características
- 2) Momento flexor de dimensionamiento.

Diagramas de Características 2D

Ejercicio 5



Esfuerzo Normal

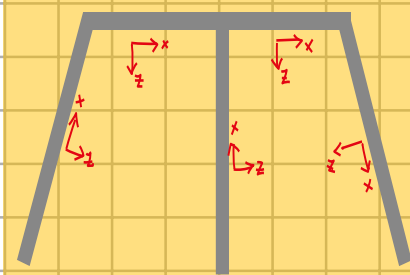
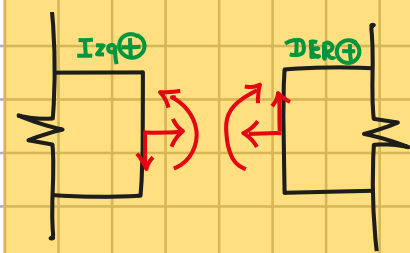
$$\frac{dN}{dx} = -q_x(x)$$

Esfuerzo de Corte

$$\frac{dQ}{dx} = -q_z(x)$$

Momento Flexor

$$\frac{dM}{dx} = Q$$



Diagramas de Características 2D

Diagrama de Esfuerzos de Corte (KN)

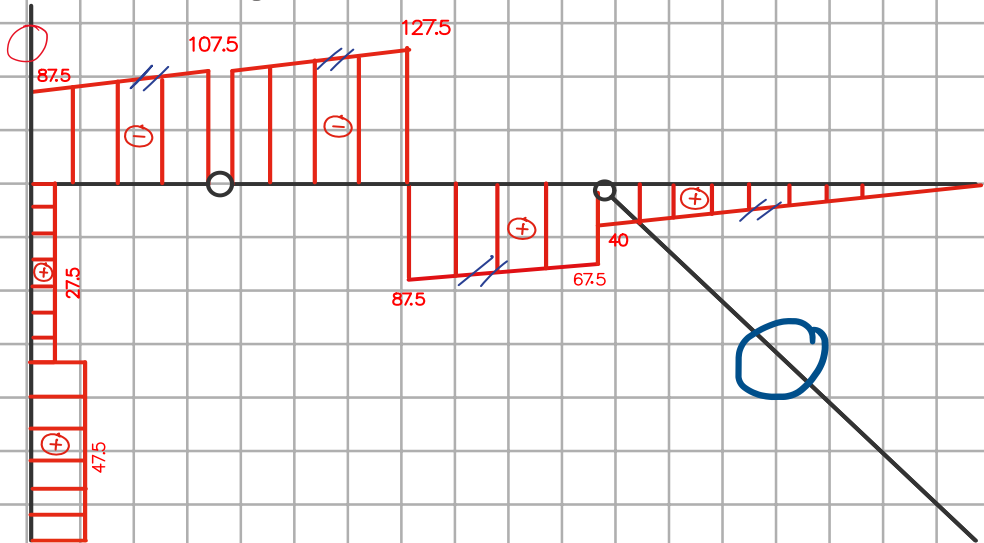
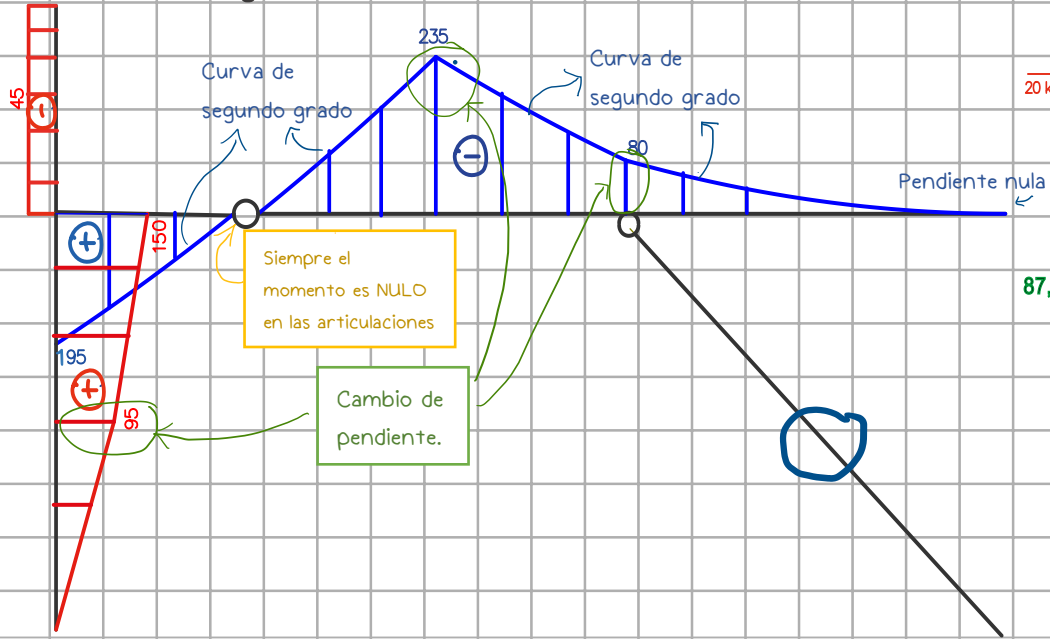
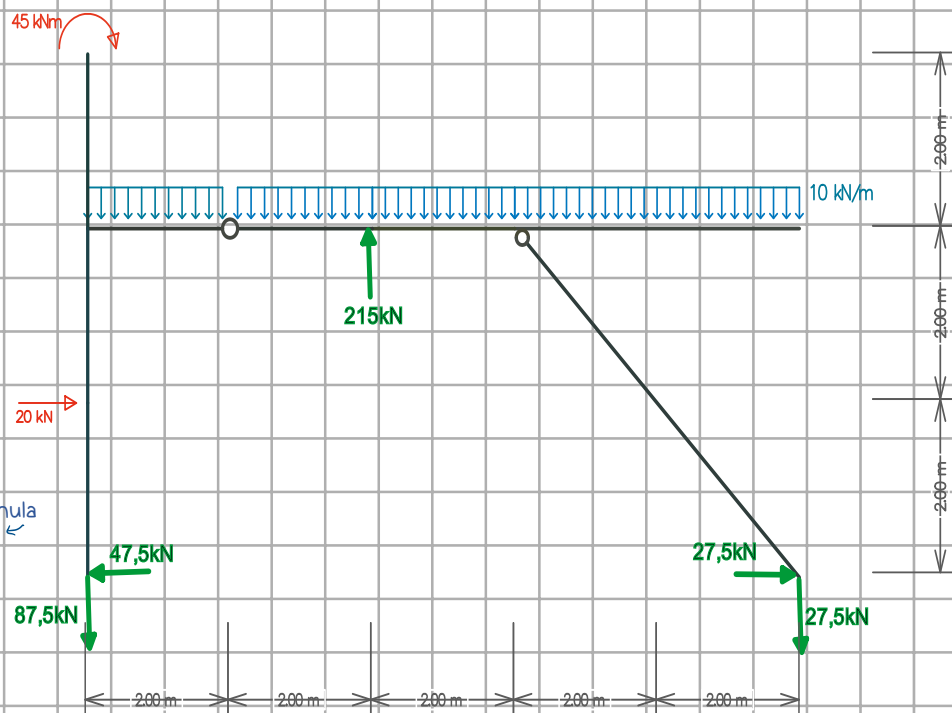


Diagrama de Esfuerzos de Momento (KNm)



¿Momento flexor de dimensionamiento?

Respuesta: 235KNm



Esfuerzo Normal

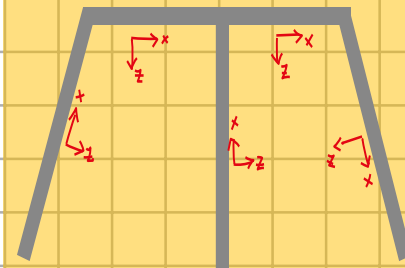
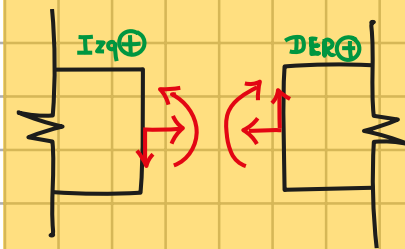
$$\frac{dN}{dx} = -q_x(x)$$

Esfuerzo de Corte

$$\frac{dQ}{dx} = -q_z(x)$$

Momento Flexor

$$\frac{dM}{dx} = Q$$



Diagramas de Características 2D

Un juego para practicar...

