

Ejercicio N° 1- Enunciado

Dado el sistema reticulado indicado en la figura 1.1, y cuyos datos se indican en la tabla 1.1:

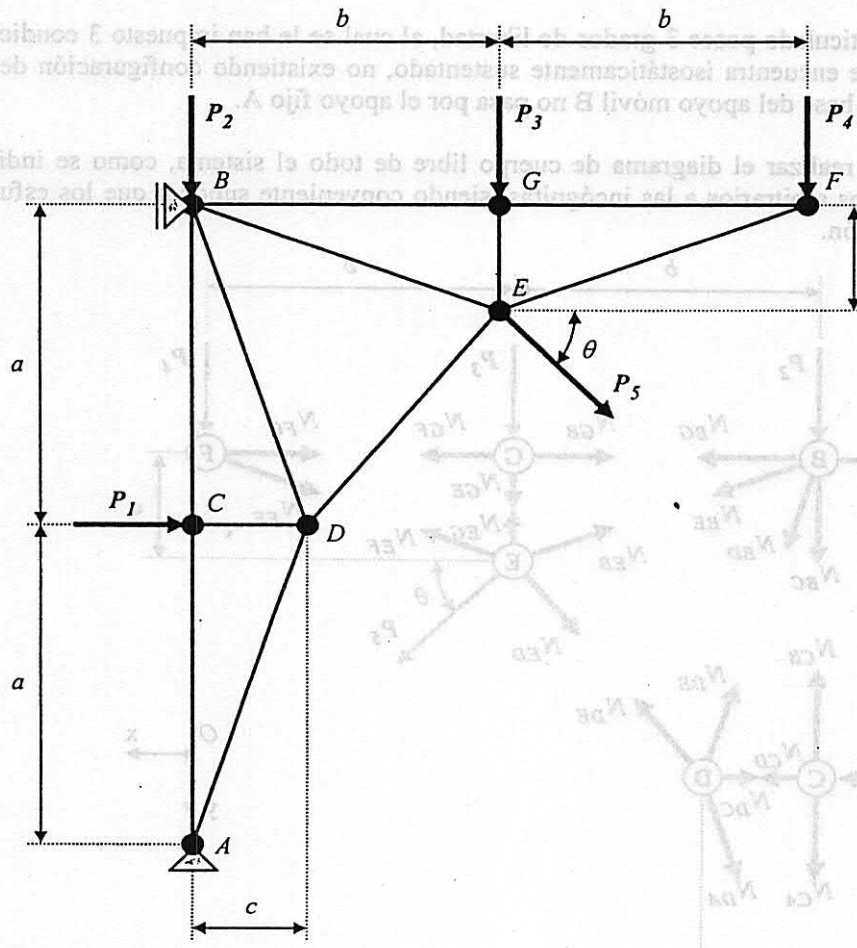


Figura 1.1

a	b	c	P_1	$P_2 = P_3 = P_4$	P_5	θ
m	m	m	kN	kN	kN	$^\circ$
4,5	4	1,5	50	100	80	45

Tabla 1.1

Se solicita:

1. Calcular las componentes de las reacciones de vínculo externo
2. Determinar los esfuerzos en las barras, mediante el método analítico de equilibrio de nudos

$$\sum F_x = 0$$

$$-R_A + R_B + R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 \cdot \sin(\theta) = 0$$

$$R_B = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 \cdot \sin(\theta)$$

$$R_B = 100 + 100 + 100 + 100 + 80 \cdot \sin(45^\circ)$$

$$R_B = 358,57 \text{ kN}$$

Ejercicio N° 1- Resolución

1. Cálculo de las reacciones de vínculo

Se observa que el sistema reticulado posee 3 grados de libertad, al cual se le han impuesto 3 condiciones de vínculo. En consecuencia, se encuentra isostáticamente sustentado, no existiendo configuración de vínculo aparente, pues la normal a la base del apoyo móvil B no pasa por el apoyo fijo A.

A continuación, resulta útil realizar el diagrama de cuerpo libre de todo el sistema, como se indica en la figura 1.2, asignando sentidos arbitrarios a las incógnitas, siendo conveniente suponer que los esfuerzos en las barras son todos de tracción.

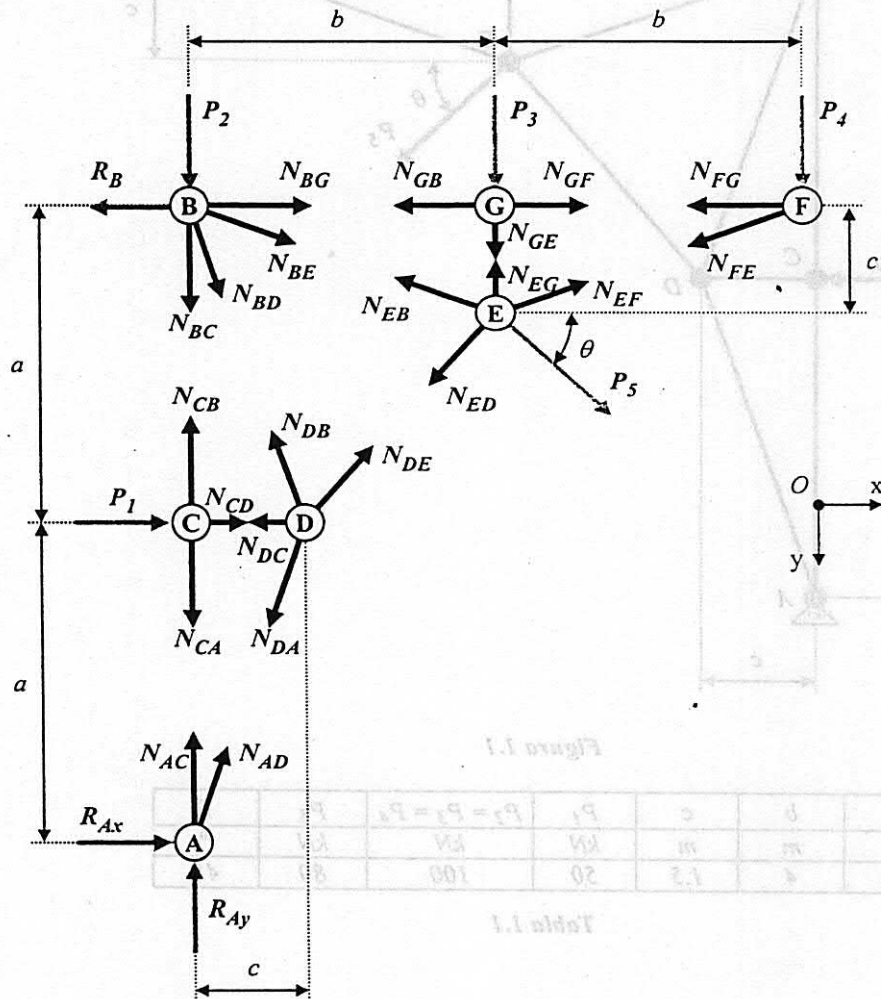


Figura 1.2

Para calcular las reacciones de vínculo externo, y por tratarse de fuerzas coplanares no concurrentes, se plantean las siguientes ecuaciones de equilibrio, tomando el par de ejes de referencia como se indica:

$$\sum_i P_{iy} = 0$$

$$-R_{Ay} + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 \cdot \sin(\theta) = 0$$

$$R_{Ay} = P_2 + P_3 + P_4 + P_5 \cdot \sin(\theta)$$

$$R_{Ay} = 100 + 100 + 100 + 80 \cdot \sin(45^\circ)$$

$$R_{Ay} = 356,57 \cdot \text{kN}$$

$$\sum_i M_{iz}^B = 0$$

$$-R_{Ax} \cdot 2 \cdot a - P_1 \cdot a + P_3 \cdot b + P_4 \cdot 2 \cdot b + P_5 \cdot \cos(\theta) \cdot b - P_5 \cdot \sin(\theta) \cdot c = 0$$

$$R_{Ax} = \frac{-P_1 \cdot a + P_3 \cdot b + P_4 \cdot 2 \cdot b + P_5 \cdot \cos(\theta) \cdot b - P_5 \cdot \sin(\theta) \cdot c}{2 \cdot a}$$

$$R_{Ax} = \frac{-50 \cdot 4,5 + 100 \cdot 4 + 100 \cdot 2 \cdot 4 + 80 \cdot \cos(45^\circ) \cdot 4 - 80 \cdot \sin(45^\circ) \cdot 1,5}{2 \cdot 4,5}$$

$$R_{Ax} = \frac{-225 + 400 + 800 \cdot 226,27 - 84,85}{9}$$

$$R_{Ax} = 124,05 \cdot kN$$

$$\sum_i P_{ix} = 0$$

$$R_{Ax} + P_1 - R_B + P_5 \cdot \cos(\theta) = 0$$

$$R_B = R_{Ax} + P_1 + P_5 \cdot \cos(\theta)$$

$$R_B = 124,05 + 50 + 80 \cdot \cos(45^\circ)$$

$$R_B = 230,62 \cdot kN$$

2. Cálculo de los esfuerzos en las barras

Una vez obtenidas las reacciones de vínculo, partiendo del diagrama de cuerpo libre, puede resolverse analíticamente el sistema, planteando para cada nudo y según los ejes de referencia, sus dos ecuaciones de equilibrio de nulidad de proyección de fuerzas, que es el concepto a partir del cual se basa el método de equilibrio de nudos.

NUDO A: (figura 1.3)

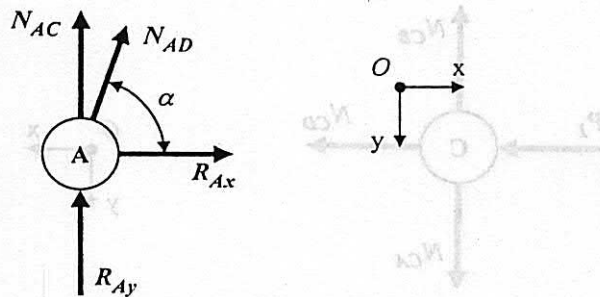


Figura 1.3

Determinación del ángulo α (figura 1.4):

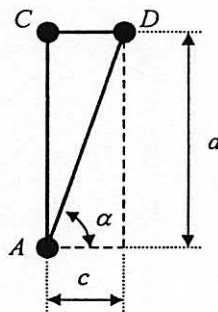


Figura 1.4

$$\tan(\alpha) = \frac{a}{c} = \frac{4,5}{1,5} = 3,00$$

$$\alpha = 71^\circ 34'$$

Cálculo de las incógnitas:

$$\sum_i P_{ix} + \sum_j N_{A_jx} = 0$$

$$R_{Ax} + N_{AD} \cdot \cos(\alpha) = 0$$

$$N_{AD} = -\frac{R_{Ax}}{\cos(\alpha)}$$

$$N_{AD} = -\frac{124,05}{\cos(71^\circ 34')} = -\frac{124,05}{0,3162}$$

$$N_{AD} = -392,31 \cdot \text{kN} \quad (\text{compresión}) \quad (1)$$

$$\sum_i P_{iy} + \sum_j N_{A_jy} = 0$$

$$-R_{Ay} - N_{AC} - N_{AD} \cdot \sin(\alpha) = 0$$

$$N_{AC} = -R_{Ay} - N_{AD} \cdot \sin(\alpha)$$

$$N_{AC} = -356,57 - (-392,31) \cdot \sin(71^\circ 34')$$

$$N_{AC} = -356,57 - (-392,31) \cdot 0,9487$$

$$N_{AC} = 15,61 \cdot \text{kN} \quad (\text{tracción}) \quad (2)$$

NUDO C: (figura 1.5)

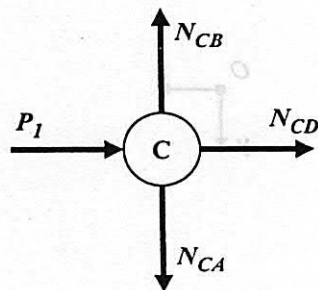


Figura 1.5

Cálculo de las incógnitas:

$$\sum_i P_{ix} + \sum_j N_{C_jx} = 0$$

$$P_1 + N_{CD} = 0$$

$$N_{CD} = -P_1$$

$$N_{CD} = -50 \cdot \text{kN} \quad (\text{compresión}) \quad (3)$$

$$\sum_i P_{iy} + \sum_j N_{C_jy} = 0$$

$$N_{CA} - N_{CB} = 0$$

$$N_{CB} = N_{CA}$$

$$N_{CB} = 15,61 \cdot \text{kN} \quad (\text{tracción}) \quad (4)$$

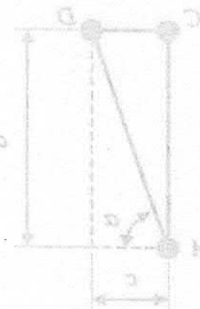


Figura 1.4

NUDO D: (figura 1.6)

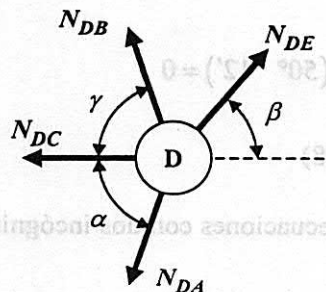


Figura 1.6

Determinación de los ángulos (figura 1.7):

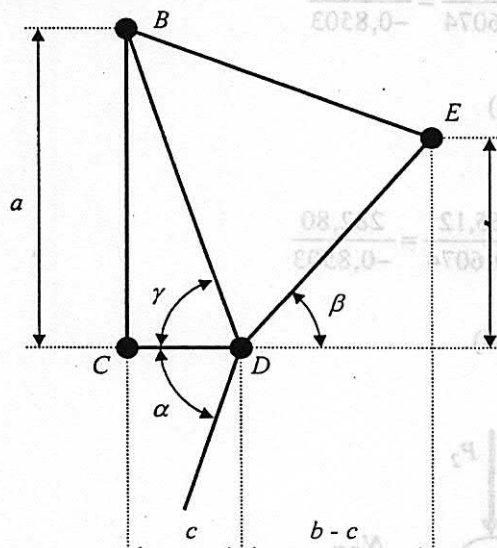


Figura 1.7

$$\alpha = 71^\circ 34'$$

$$\tan(\beta) = \frac{a-c}{b-c} = \frac{4,5-1,5}{4-1,5} = 1,20$$

$$\beta = 50^\circ 12'$$

$$\tan(\gamma) = \frac{a}{c} = \frac{4,5}{1,5} = 3$$

$$\gamma = 71^\circ 34'$$

Cálculo de las incógnitas:

$$\sum_i P_{ix} + \sum_j N_{Djx} = 0$$

$$-N_{DC} + N_{DE} \cdot \cos(\beta) - N_{DB} \cdot \cos(\gamma) - N_{DA} \cdot \cos(\alpha) = 0$$

$$-N_{DC} + N_{DE} \cdot \cos(50^\circ 12') - N_{DB} \cdot \cos(71^\circ 34') - N_{DA} \cdot \cos(71^\circ 34') = 0$$

$$-N_{DC} + 0,6402 \cdot N_{DE} - 0,3162 \cdot N_{DB} - 0,3162 \cdot N_{DA} = 0 \quad (5)$$

Reemplazando (1) y (3) en (5):

$$-(-50) + 0,6402 \cdot N_{DE} - 0,3162 \cdot N_{DB} - 0,3162 \cdot (-392,31) = 0$$

$$-0,3162 \cdot N_{DB} + 0,6402 \cdot N_{DE} = -174,05 \quad (6)$$

$$\sum_i P_{iy} + \sum_j N_{Djy} = 0$$

$$N_{DA} \cdot \sin(\alpha) - N_{DB} \cdot \sin(\gamma) - N_{DE} \cdot \sin(\beta) = 0 \quad (7)$$

Reemplazando (1) en (7):

$$\begin{aligned}
 -392,31 \cdot \sin(71^\circ 34') - N_{DB} \cdot \sin(71^\circ 34') - N_{DE} \cdot \sin(50^\circ 12') &= 0 \\
 -392,31 \cdot 0,9487 - 0,9487 \cdot N_{DB} - 0,7682 \cdot N_{DE} &= 0 \\
 0,9487 \cdot N_{DB} + 0,7682 \cdot N_{DE} &= -372,18 \quad (8)
 \end{aligned}$$

Las expresiones (6) y (8) constituyen un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, cuya resolución es la siguiente:

$$N_{DB} = \frac{\begin{vmatrix} -174,05 & 0,6402 \\ -372,18 & 0,7682 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -0,3162 & 0,6402 \\ 0,9487 & 0,7682 \end{vmatrix}} = \frac{-133,71 + 238,27}{-0,2429 - 0,6074} = \frac{104,56}{-0,8503}$$

$$N_{DB} = -122,97 \cdot kN \quad (\text{compresión}) \quad (9)$$

$$N_{DE} = \frac{\begin{vmatrix} -0,3162 & -174,05 \\ 0,9487 & -372,18 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -0,3162 & 0,6402 \\ 0,9487 & 0,7682 \end{vmatrix}} = \frac{117,68 + 165,12}{-0,2429 - 0,6074} = \frac{282,80}{-0,8503}$$

$$N_{DE} = -332,59 \cdot kN \quad (\text{compresión}) \quad (10)$$

NUDO B: (figura 1.8)

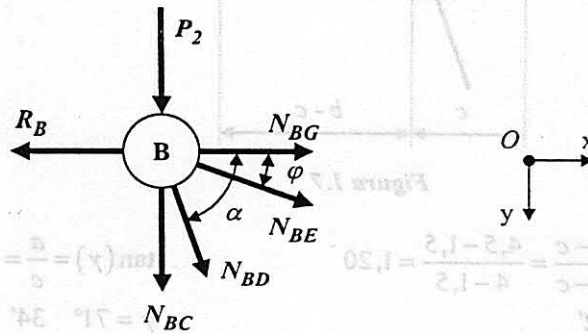


Figura 1.8

Determinación de los ángulos (figura 1.9):

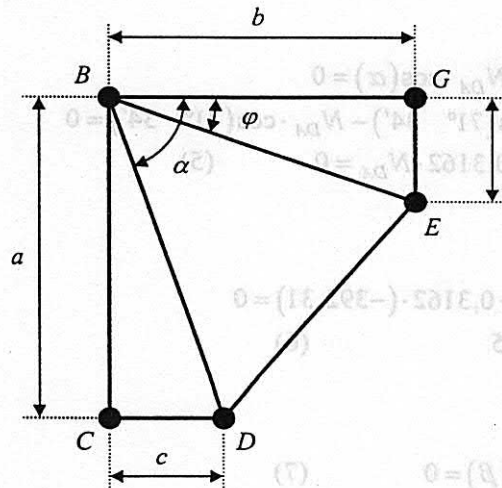


Figura 1.9

$$\alpha = 71^\circ 34' \quad \tan(\varphi) = \frac{c}{b} = \frac{1,5}{4} = 0,375$$

$$\varphi = 20^\circ 33'$$

Cálculo de las incógnitas:

$$\sum_i P_{ix} + \sum_j N_{Bjx} = 0$$

$$N_{BG} + N_{BE} \cdot \cos(\varphi) + N_{BD} \cdot \cos(\alpha) - R_B = 0 \quad (17)$$

$$N_{BG} + N_{BE} \cdot \cos(20^\circ 33') + N_{BD} \cdot \cos(71^\circ 34') - R_B = 0$$

$$N_{BG} + 0,9363 \cdot N_{BE} + 0,3162 \cdot N_{BD} - R_B = 0 \quad (11)$$

Reemplazando (9) y el valor de R_B en (11):

$$N_{BG} + 0,9363 \cdot N_{BE} + 0,3162 \cdot (-122,97) - 230,62 = 0$$

$$N_{BG} + 0,9363 \cdot N_{BE} - 269,50 = 0 \quad (12)$$

$$\sum_i P_{iy} + \sum_j N_{Bjy} = 0$$

$$N_{BC} + P_2 + N_{BD} \cdot \sin(\alpha) + N_{BE} \cdot \sin(\varphi) = 0$$

$$N_{BC} + P_2 + 0,9487 \cdot N_{BD} + 0,3511 \cdot N_{BE} = 0$$

Reemplazando (4), (9) y el valor de P_2 en (13):

$$15,61 + 100 + 0,9487 \cdot (-122,97) + 0,3511 \cdot N_{BE} = 0$$

$$-1,052 + 0,3511 \cdot N_{BE} = 0$$

$$N_{BE} = \frac{1,052}{0,3511}$$

$$N_{BE} = 3,00 \cdot kN \quad (\text{tracción}) \quad (14)$$

Reemplazando (14) en (12):

$$N_{BG} + 0,9363 \cdot 3,00 - 269,50 = 0$$

$$N_{BG} + 2,81 - 269,50 = 0$$

$$N_{BG} = 266,69 \cdot kN \quad (\text{tracción}) \quad (15)$$

NUDO G: (figura 1.10)

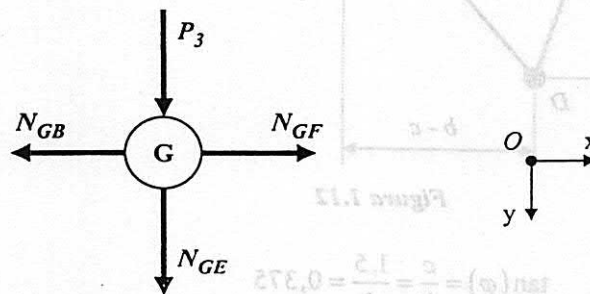


Figura 1.10

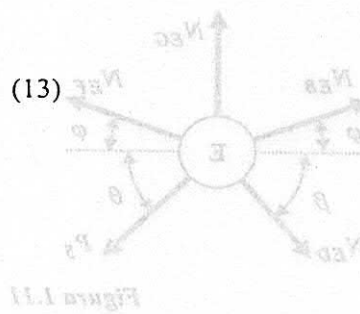


Figura 1.11

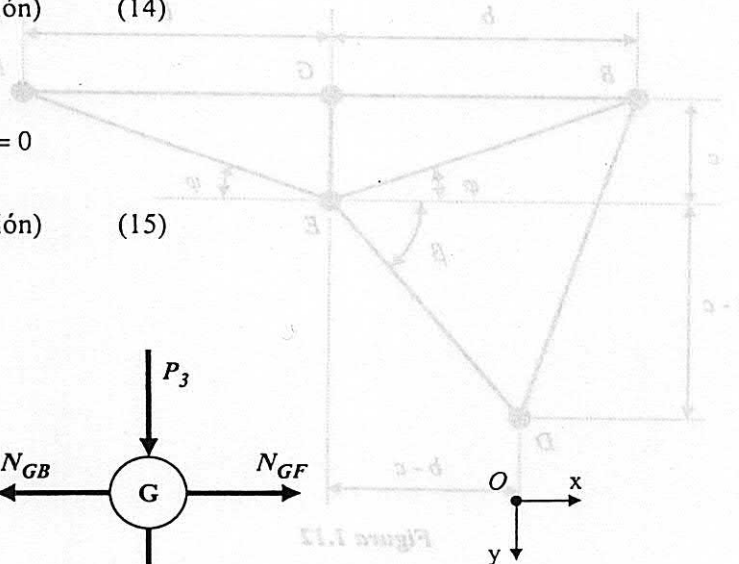


Figura 1.12

$$\tan(\varphi) = \frac{c}{b} = \frac{1,5}{4} = 0,375$$

Figura 1.10

$$\tan(\beta) = \frac{a-c}{b-c} = \frac{4,2-1,2}{4-1,2} = 1,50$$

Figura 1.12

Cálculo de las incógnitas:

$$\sum_i P_{ix} + \sum_j N_{Gjx} = 0$$

$$N_{GF} - N_{GB} = 0 \quad (16)$$

Reemplazando (15) en (16):

$$N_{GF} = 266,69 \cdot kN \quad (\text{tracción}) \quad (17)$$

$$\sum_i P_{iy} + \sum_j N_{Gjy} = 0$$

$$N_{GE} + P_3 = 0 \quad (18)$$

Reemplazando P_3 en (18):

$$N_{GE} = -100 \cdot kN \quad (\text{compresión}) \quad (19)$$

NUDO E: (figura 1.11)

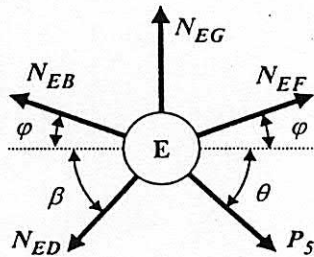


Figura 1.11

Determinación de los ángulos (figura 1.12):

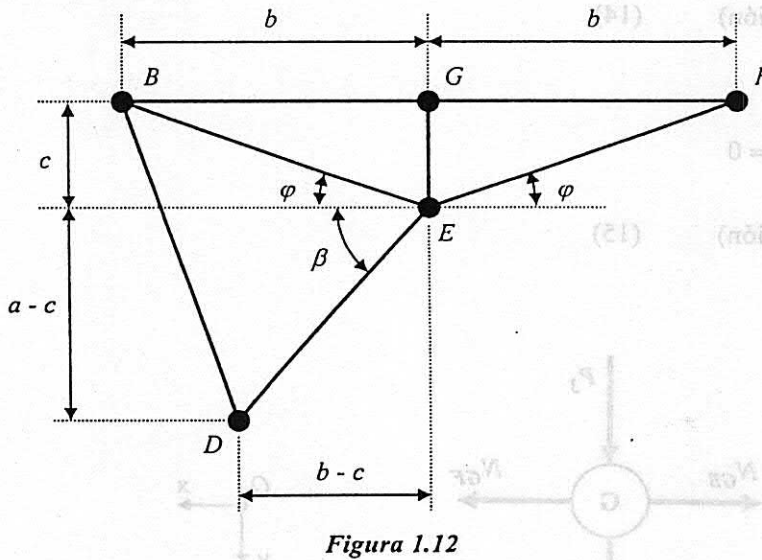


Figura 1.12

$$\tan(\beta) = \frac{a-c}{b-c} = \frac{4,5-1,5}{4-1,5} = 1,20$$

$$\beta = 50^\circ 12'$$

$$\tan(\varphi) = \frac{c}{b} = \frac{1,5}{4} = 0,375$$

$$\varphi = 20^\circ 33'$$

Cálculo de las incógnitas:

$$\sum_i P_{ix} + \sum_j N_{Ejx} = 0$$

$$P_5 \cdot \cos(\theta) + N_{EF} \cdot \cos(\varphi) - N_{EB} \cdot \cos(\varphi) - N_{ED} \cdot \cos(\beta) = 0$$

$$P_5 \cdot \cos(45^\circ) + N_{EF} \cdot \cos(20^\circ 33') - N_{EB} \cdot \cos(20^\circ 33') - N_{ED} \cdot \cos(50^\circ 12') = 0$$

$$0,7071 \cdot P_5 + 0,9363 \cdot N_{EF} - 0,9363 \cdot N_{EB} - 0,6402 \cdot N_{ED} = 0 \quad (20)$$

Reemplazando (10), (14) y el valor de P_5 en (20):

$$0,7071 \cdot 80 + 0,9363 \cdot N_{EF} - 0,9363 \cdot 3,00 - 0,6402 \cdot (-332,59) = 0$$

$$56,57 + 0,9363 \cdot N_{EF} - 2,81 + 212,92 = 0$$

$$N_{EF} = \frac{-266,68}{0,9363}$$

$$N_{EF} = -284,82 \cdot kN \quad (\text{compresión}) \quad (21)$$

$$\sum_i P_{iy} + \sum_j N_{Ejy} = 0$$

$$-N_{EG} - N_{EB} \cdot \sin(\varphi) - N_{EF} \cdot \sin(\varphi) + P_5 \cdot \sin(\theta) + N_{ED} \cdot \sin(\beta) = 0$$

$$-N_{EG} - N_{EB} \cdot \sin(20^\circ 33') - N_{EF} \cdot \sin(20^\circ 33') + P_5 \cdot \sin(45^\circ) + N_{ED} \cdot \sin(50^\circ 12') = 0$$

$$-N_{EG} - 0,3511 \cdot N_{EB} - 0,3511 \cdot N_{EF} + 0,7071 \cdot P_5 + 0,7682 \cdot N_{ED} = 0 \quad (22)$$

Reemplazando (10), (14), (21) y el valor de P_5 en (22):

$$-N_{EG} - 0,3511 \cdot 3,00 - 0,3511 \cdot (-284,82) + 0,7071 \cdot 80 + 0,7682 \cdot (-332,59) = 0$$

$$-N_{EG} - 1,05 + 100,0 + 56,57 - 255,50 = 0$$

$$N_{EG} \cong -100 \cdot kN \quad (\text{compresión}) \quad (23)$$

Valor este que verifica el obtenido en (19), cuando se analizó el nudo G.

En los casos donde las incógnitas calculadas resultan de signo negativo, significa que los esfuerzos en dichas barras son de signo contrario al adoptado arbitrariamente. Es decir, en lugar de ser de tracción (+), que fueron los sentidos adoptados, serán de compresión (-).

Resumen final:

En la tabla 1.2 se resumen los esfuerzos calculados y se representa en la figura 1.13 el esquema del sistema con los signos reales de los esfuerzos:

Barras	Esfuerzos (kN)		
	Nomenclatura	Tracción (+)	Compresión (-)
AC	$N_{AC} = N_{CA}$	15,61	
AD	$N_{AD} = N_{DA}$		-392,31
CD	$N_{CD} = N_{DC}$		-50
CB	$N_{CB} = N_{BC}$	15,61	
BD	$N_{BD} = N_{DB}$		-122,97
BE	$N_{BE} = N_{EB}$	3,00	
DE	$N_{DE} = N_{ED}$		-332,59
BG	$N_{BG} = N_{GB}$	266,69	
EG	$N_{EG} = N_{GE}$		-100
GF	$N_{GF} = N_{FG}$	266,69	
EF	$N_{EF} = N_{FE}$		-284,82

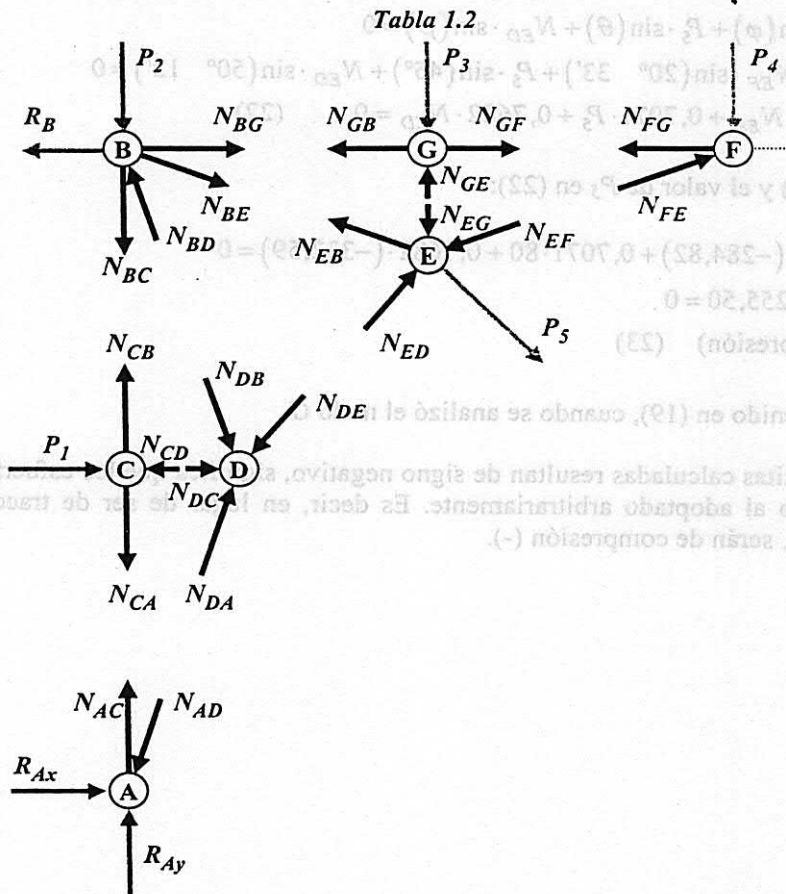


Figura 1.13

Ejercicio N° 2- Enunciado

Dado el sistema reticulado indicado en la figura 2.1, y cuyos datos se indican en la tabla 2.1:

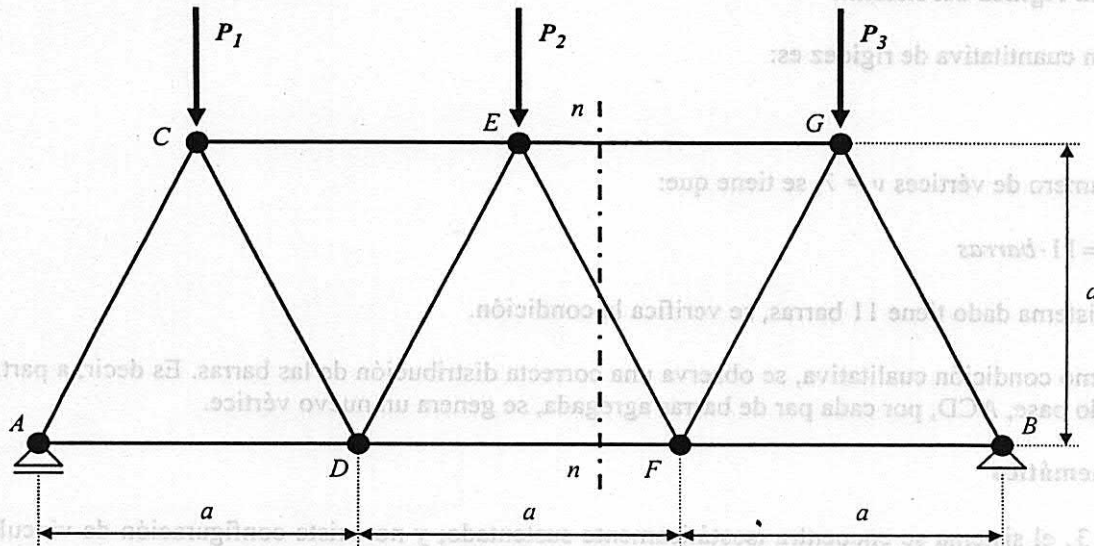


Figura 2.1

a	$P_1 = P_2 = P_3$
m	kN
2	120

Tabla 2.1

Se solicita:

1. Analizar la rigidez del sistema.
2. Realizar el análisis cinemático.
3. Calcular los esfuerzos en las barras mediante el método analítico del equilibrio de nudos.
4. Verificar, mediante el método de las secciones, los esfuerzos en las barras afectadas por el corte n-n y realizar un cuadro comparativo de valores.

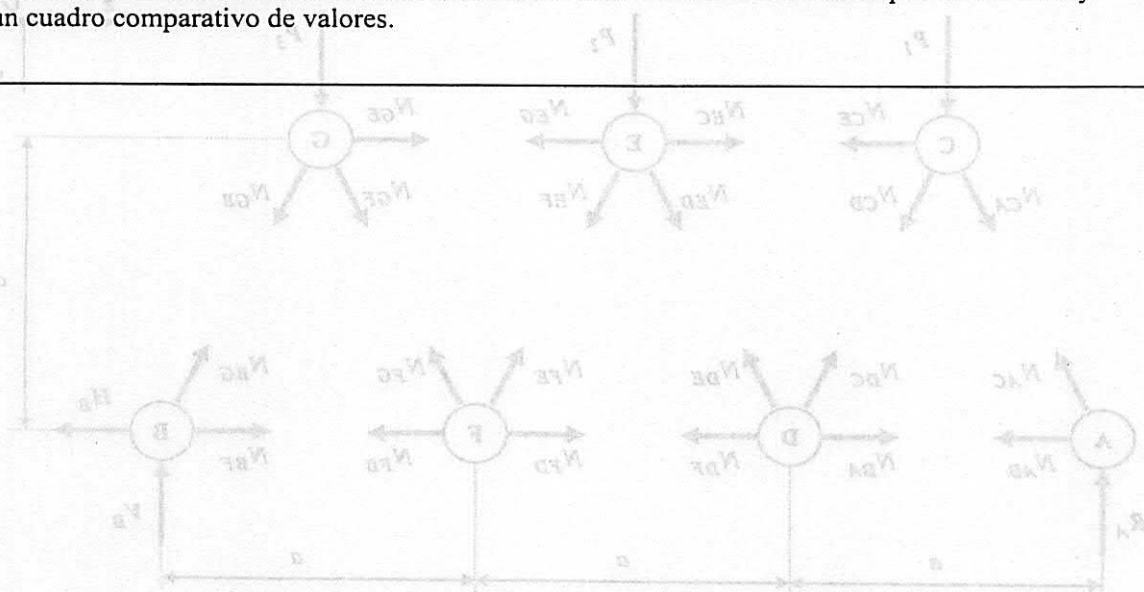


Figura 2.2

Ejercicio N° 2- Resolución

1. Análisis de la rigidez del sistema

1.1. La condición cuantitativa de rigidez es:

$$b = 2 \cdot v - 3$$

Siendo el número de vértices $v = 7$, se tiene que:

$$b = 2 \cdot 7 - 3 = 11 \cdot \text{barras}$$

Y como el sistema dado tiene 11 barras, se verifica la condición.

1.2. Además, como condición cualitativa, se observa una correcta distribución de las barras. Es decir, a partir del reticulado base, ACD, por cada par de barras agregada, se genera un nuevo vértice.

2. Análisis cinemático

Siendo $gl = v_e = 3$, el sistema se encuentra isostáticamente sustentado; y no existe configuración de vínculo aparente, pues la normal a la base del apoyo móvil A, no pasa por el apoyo fijo B, o sea, es cinemáticamente invariable.

3. Cálculo de los esfuerzos en las barras por el método de equilibrio de los nudos

Por razones de simetría, surge en forma inmediata que las reacciones de vínculo serán:

$$R_A = V_B = \frac{3 \cdot P_1}{2} = \frac{3 \cdot 120}{2}$$

$$R_A = V_B = 180 \cdot \text{kN}$$

$$H_B = 0 \cdot \text{kN}$$

Siendo por otra parte el diagrama de cuerpo libre del sistema el indicado en la figura 2.2, donde se toma un par de ejes de referencia y se asignan sentidos arbitrarios a las incógnitas, resultando conveniente suponer que los esfuerzos son de tracción en todos los casos.

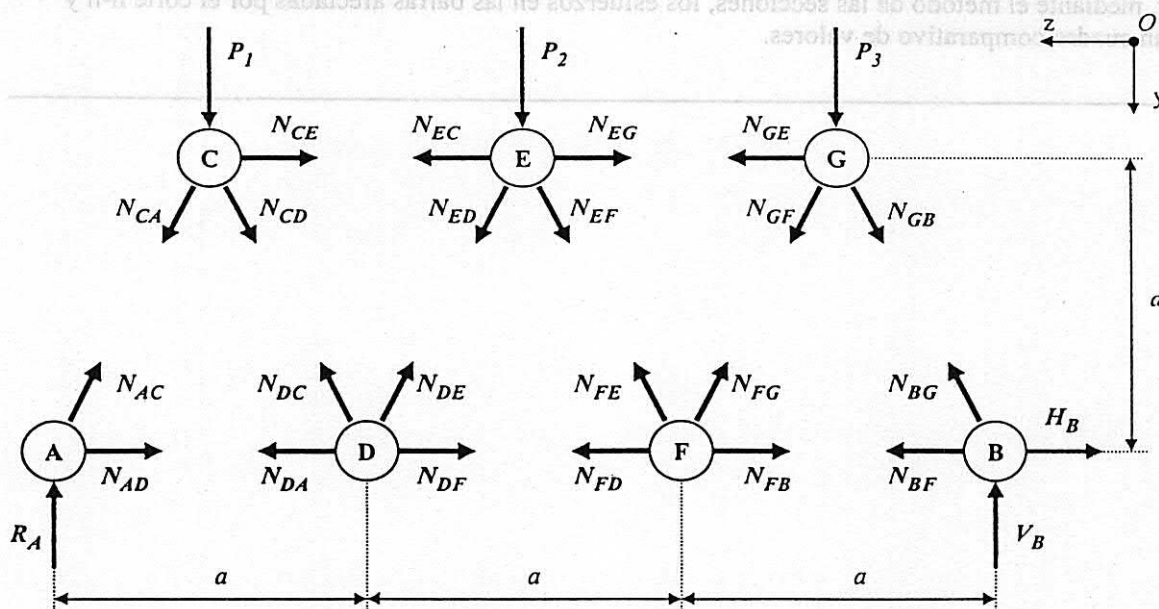


Figura 2.2

El número total de incógnitas inicial del sistema es:

$$N^{\circ} X = 2 \cdot v = 14 \quad \text{incógnitas totales}$$

Pero como ya fueron calculadas tres de ellas, que corresponden a las reacciones de vínculo externo, restan las correspondientes a los esfuerzos en las barras b .

$$b = 2 \cdot v - 3 = 11 \quad \text{incógnitas restantes}$$

Las ecuaciones de equilibrio que puede plantear la estática son dos por cada nudo. Es decir, el número total de ecuaciones será:

$$N^{\circ} Ec = 2 \cdot v = 14 \quad \text{ecuaciones}$$

En definitiva, el problema puede ser resuelto por un máquina computadora, mediante un programa adecuado, o bien, calculando dos incógnitas por cada nudo, hasta completar el total.

NUDO A: (figura 2.3)

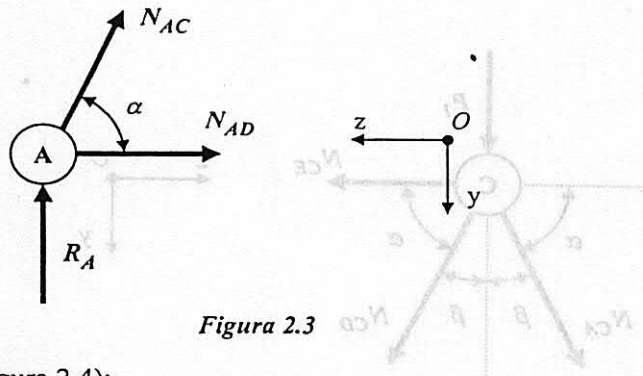


Figura 2.3

Determinación de los ángulos (figura 2.4):

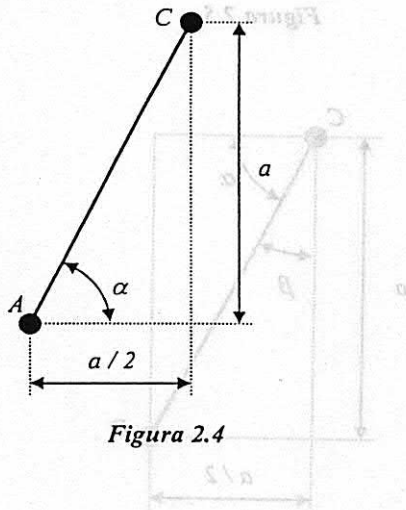


Figura 2.4

$$\tan(\alpha) = \frac{a}{a/2} = 2,00$$

$$\alpha = 63^{\circ} 26'$$

Cálculo de las incógnitas:

$$\sum_i P_{iy} + \sum_j N_{Aiy} = 0$$

$$-R_A - N_{AC} \cdot \sin(\alpha) = 0$$

$$N_{AC} = -\frac{R_A}{\sin(\alpha)} = -\frac{180}{\sin(63^\circ 26')} = -\frac{180}{0,8944}$$

$$N_{AC} = -201,25 \cdot kN \quad (\text{compresión})$$

$$\sum_i P_{iz} + \sum_j N_{Aiz} = 0$$

$$-N_{AD} - N_{AC} \cdot \cos(\alpha) = 0$$

$$N_{AD} = -N_{AC} \cdot \cos(\alpha) = -(-201,25) \cdot \cos(63^\circ 26') = -(-201,25) \cdot 0,4472$$

$$N_{AD} = 90 \cdot kN \quad (\text{tracción})$$

NUDO C: (figura 2.5)

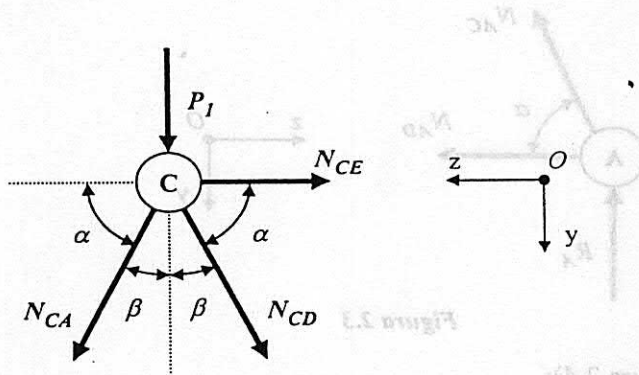


Figura 2.5

Determinación de los ángulos (figura 2.6):

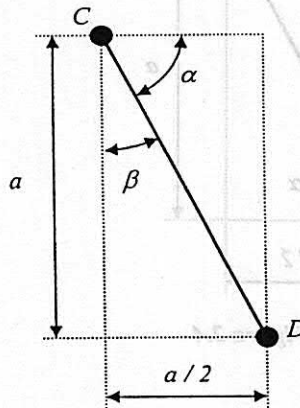


Figura 2.6

$$\alpha = 63^\circ 26'$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha$$

$$\beta = 26^\circ 34'$$

Cálculo de las incógnitas:

$$\sum_i P_{iy} + \sum_j N_{Cjy} = 0$$

$$P_1 + N_{CA} \cdot \cos(\beta) + N_{CD} \cdot \cos(\beta) = 0$$

$$N_{CD} = \frac{-P_1 - N_{CA} \cdot \cos(\beta)}{\cos(\beta)}$$

$$N_{CD} = \frac{-120 - (-201,25) \cdot \cos(26^\circ 34')}{\cos(26^\circ 34')} = \frac{-120 - (-201,25) \cdot 0,8944}{0,8944}$$

$$N_{CD} = 67,08 \cdot \text{kN} \quad (\text{tracción})$$

$$\sum_i P_{iz} + \sum_j N_{Cjz} = 0$$

$$N_{CA} \cdot \cos(\alpha) - N_{CD} \cdot \cos(\alpha) - N_{CE} = 0$$

$$N_{CE} = N_{CA} \cdot \cos(\alpha) - N_{CD} \cdot \cos(\alpha)$$

$$N_{CE} = (-201,25) \cdot \cos(63^\circ 26') - 67,08 \cdot \cos(63^\circ 26') = (-201,25) \cdot 0,4472 - 67,08 \cdot 0,4472$$

$$N_{CE} = -120 \cdot \text{kN} \quad (\text{compresión})$$

NUDO D: (figura 2.7)

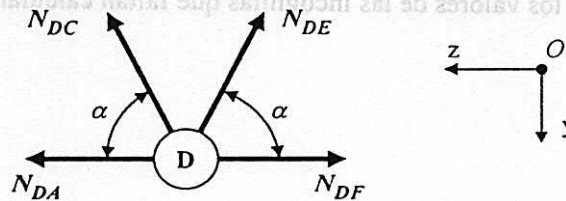


Figura 2.7

Determinación de los ángulos (figura 2.8):

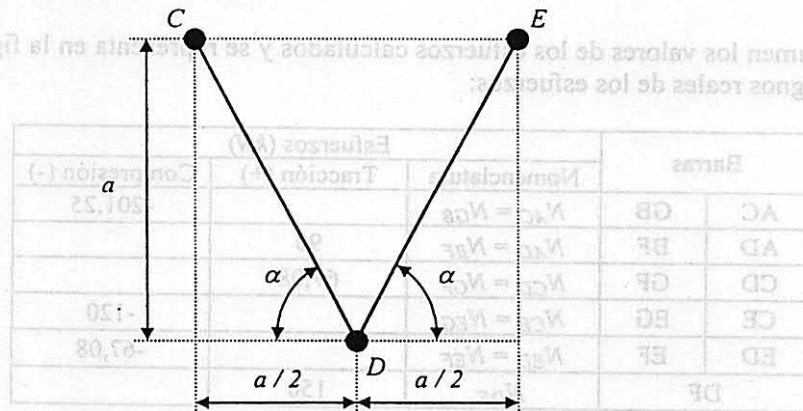


Figura 2.8

$$\alpha = 63^\circ 26'$$

Cálculo de las incógnitas:

$$\sum_i P_{iy} + \sum_j N_{Diy} = 0$$

$$-N_{DC} \cdot \sin(\alpha) - N_{DE} \cdot \sin(\alpha) = 0$$

$$N_{DE} = -\frac{N_{DC} \cdot \sin(\alpha)}{\sin(\alpha)} = -N_{DC}$$

$$N_{DE} = -67,08 \cdot kN \quad (\text{compresión})$$

$$\sum_i P_{iz} + \sum_j N_{Diz} = 0$$

$$N_{DA} - N_{DF} + N_{DC} \cdot \cos(\alpha) - N_{DE} \cdot \cos(\alpha) = 0$$

$$N_{DF} = 90 + 67,08 \cdot \cos(63^\circ 26') - (-67,08) \cdot \cos(63^\circ 26')$$

$$N_{DF} = 90 + 67,08 \cdot 0,4472 - (-67,08) \cdot 0,4472$$

$$N_{DF} = 150 \cdot kN \quad (\text{tracción})$$

Los resultados obtenidos de signo negativo significa que los esfuerzos en dichas barras son de signo contrario a los adoptados arbitrariamente, es decir, en lugar de ser de tracción, son de compresión.

Por otra parte, por razones de simetría, los valores de las incógnitas que faltan calcular son:

$$N_{GB} = N_{AC} = -201,25 \cdot kN$$

$$N_{GF} = N_{CD} = 67,08 \cdot kN$$

$$N_{EF} = N_{ED} = -67,08 \cdot kN$$

$$N_{BF} = N_{AD} = 90 \cdot kN$$

$$N_{EG} = N_{CE} = -120 \cdot kN$$

Resumen final:

En la tabla 2.2 se resumen los valores de los esfuerzos calculados y se representa en la figura 2.9 el esquema del sistema con los signos reales de los esfuerzos:

Barras		Esfuerzos (kN)		
		Nomenclatura	Tracción (+)	Compresión (-)
AC	GB	$N_{AC} = N_{GB}$		-201,25
AD	BF	$N_{AD} = N_{BF}$	90	
CD	GF	$N_{CD} = N_{GF}$	67,08	
CE	EG	$N_{CE} = N_{EG}$		-120
ED	EF	$N_{ED} = N_{EF}$		-67,08
DF		N_{DF}	150	

Tabla 2.2

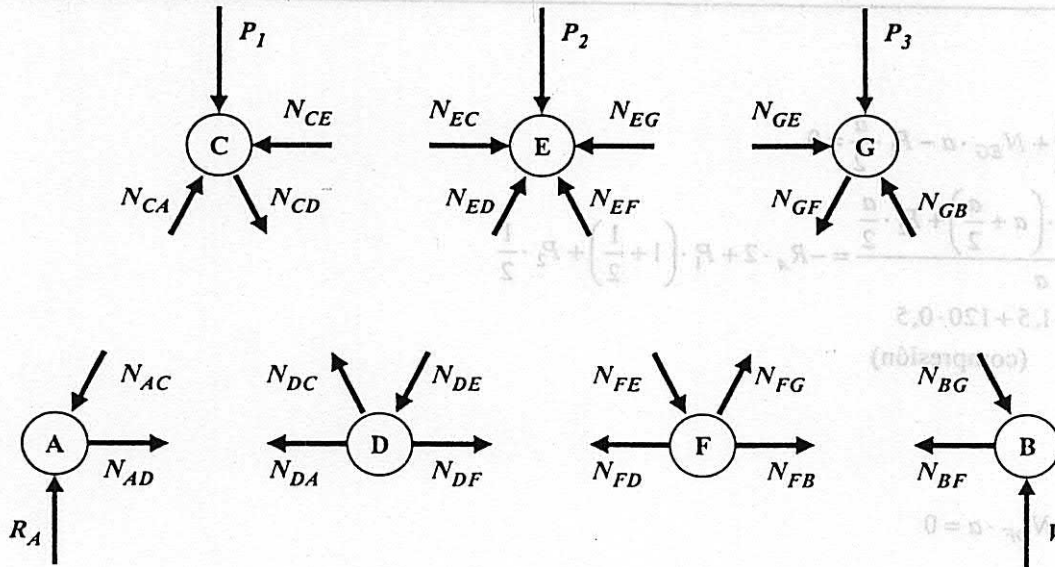


Figura 2.9

4. Verificación de los esfuerzos en las barras afectadas por el corte $n-n$ mediante el método de las secciones y cuadro comparativo de valores

Como se muestra en la figura 2.10, al practicar el corte $n-n$ se observa un sistema de fuerzas coplanares no concurrentes, formado por fuerzas exteriores P_1, P_2 y R_A , y esfuerzos en barras N_{EG}, N_{EF} y N_{DF} , los que conforman un sistema de fuerzas en equilibrio.

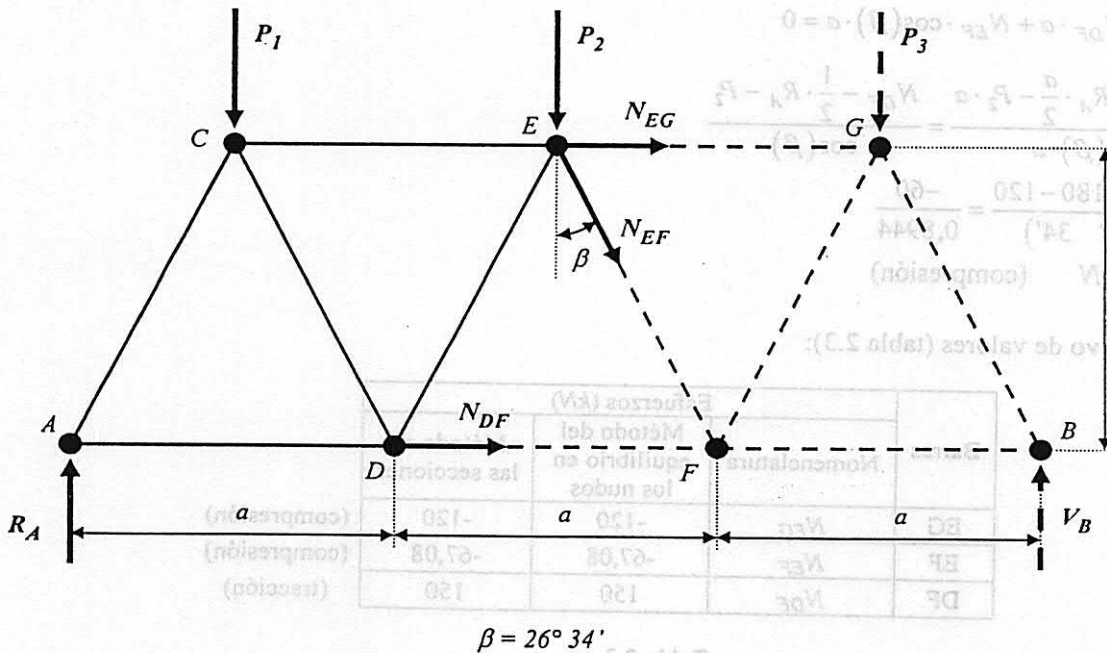


Figura 2.10

En consecuencia deben plantearse tres ecuaciones de equilibrio. Se asignan sentidos arbitrarios a las incógnitas, siendo conveniente suponer que los tres esfuerzos son de tracción. Para simplificar los cálculos se toman tres ecuaciones de nulidad de momentos, respecto de los puntos F, E y C .

$$\sum_i M_{ix}^F = 0$$

$$R_A \cdot 2 \cdot a - P_1 \cdot \left(a + \frac{a}{2}\right) + N_{EG} \cdot a - P_2 \cdot \frac{a}{2} = 0$$

$$N_{EG} = \frac{-R_A \cdot 2 \cdot a + P_1 \cdot \left(a + \frac{a}{2}\right) + P_2 \cdot \frac{a}{2}}{a} = -R_A \cdot 2 + P_1 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) + P_2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$N_{EG} = -180 \cdot 2 + 120 \cdot 1,5 + 120 \cdot 0,5$$

$$N_{EG} = -120 \cdot kN \quad (\text{compresión})$$

$$\sum_i M_{ix}^E = 0$$

$$R_A \cdot \left(a + \frac{a}{2}\right) - P_1 \cdot a - N_{DF} \cdot a = 0$$

$$N_{DF} = \frac{R_A \cdot \left(a + \frac{a}{2}\right) - P_1 \cdot a}{a} = R_A \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) - P_1$$

$$N_{DF} = 180 \cdot 1,5 - 120$$

$$N_{DF} = 150 \cdot kN \quad (\text{tracción})$$

$$\sum_i M_{ix}^C = 0$$

$$R_A \cdot \frac{a}{2} + P_2 \cdot a - N_{DF} \cdot a + N_{EF} \cdot \cos(\beta) \cdot a = 0$$

$$N_{EF} = \frac{N_{DF} \cdot a - R_A \cdot \frac{a}{2} - P_2 \cdot a}{\cos(\beta) \cdot a} = \frac{N_{DF} - \frac{1}{2} \cdot R_A - P_2}{\cos(\beta)}$$

$$N_{EF} = \frac{150 - 0,5 \cdot 180 - 120}{\cos(26^\circ 34')} = \frac{-60}{0,8944}$$

$$N_{EF} = -67,08 \cdot kN \quad (\text{compresión})$$

Cuadro comparativo de valores (tabla 2.3):

Barras	Esfuerzos (kN)			
	Nomenclatura	Método del equilibrio en los nudos	Método de las secciones	
EG	N_{EG}	-120	-120	(compresión)
EF	N_{EF}	-67,08	-67,08	(compresión)
DF	N_{DF}	150	150	(tracción)

Tabla 2.3

Como se observa, los valores obtenidos por ambos métodos resultan coincidentes.