

CLASE 07-09-2021

**Tema: BARICENTROS Y MOMENTOS
DE 2^{do} ORDEN**

MSRR

Ing. Maria Sandra Ruiz Re

PROPIEDADES GEOMETRICAS DE LAS SECCIONES PLANAS

- **MOMENTO ESTATICO o de 1er ORDEN**
- **BARICENTROS**
- **MOMENTOS DE INERCIA o de 2do ORDEN**

MSRR

Ing. Maria Sandra Ruiz Re

1.- Momento Estático o de primer orden de una sección plana:

Dada una sección plana de área F , referida a los ejes coordenados x e y , se define como Momento estático elemental (dS^x) del área elemental dF respecto del eje x : al producto del área elemental (dF) por la distancia a dicho eje (y).

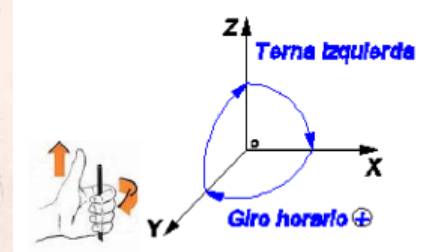
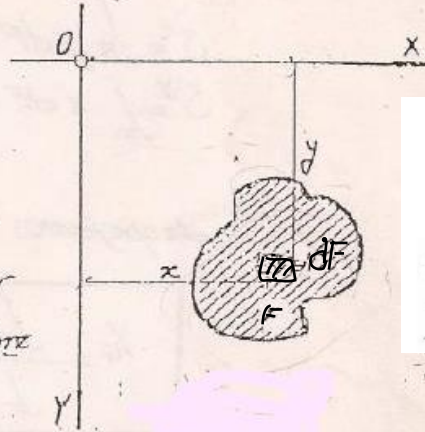
$$dS^x = y \, dF \quad (1)$$

Si lo que se quiere hallar ahora es el Momento Estático de toda el área (F), deberemos hacer la sumatoria de todos los momentos elementales, es decir, integrar a través de toda el área F la expresión (1):

$$S^x = \int_F y \, dF$$

de la misma forma, el Momento Estático de la sección respecto del eje y , será:

$$S^y = \int_F x \, dF$$



2.- BARICENTRO (G) DE UNA SECCION PLANA:

Se define como BARICENTRO a un punto material (G), en el cual se puede suponer concentrada toda el área F de la sección plana y cuyo Momento estático respecto de cada uno de los ejes (x e y) es igual a la suma de los momentos estáticos respecto de dichos ejes de las áreas elementales dF .

Entonces vemos que condiciones debe cumplir el baricentro:

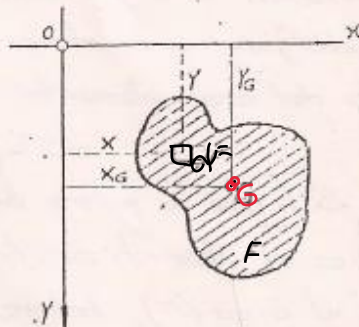
1.-)

$$F = \int_F dF$$

2.-)

$$S^x = \int_F y dF = Y_G \int_F dF$$

$$S^y = \int_F x dF = X_G \int_F dF$$



Si despejamos X_G e Y_G tenemos:

$$Y_G = \frac{\int_F y dF}{\int_F dF}$$

S^x

$$X_G = \frac{\int_F x dF}{\int_F dF}$$

S^y

Estas expresiones nos dan las coordenadas baricéntricas en forma analítica.

Si los ejes x e y pasan por el baricentro resulta que

$$X_G = 0 \Rightarrow \int_F x dF = 0$$

$$Y_G = 0 \Rightarrow \int_F y dF = 0$$

es decir la suma de los momentos estáticos de las áreas elementales dF respecto de un eje cualquiera que pase por el baricentro es "nulo"

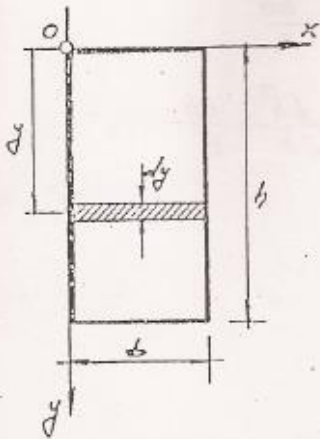
En consecuencia, que el momento estático respecto de un eje "n" sea nulo, implica, que dicho eje, es un eje baricéntrico.

$$\therefore \text{si } S^n = 0 \Rightarrow \eta = \eta_G \text{ (baricéntrico)}$$

3.- BARICENTRO DE FIGURAS SIMPLES -

3.- RECTÁNGULO:

Dado el siguiente rectángulo de lados paralelos a los ejes coordenados (x e y) y apoyado sobre dichos ejes, ¿cómo vamos a conocer a qué distancia de la base se encuentra ubicado el baricentro del rectángulo.



De la definición de baricentro, tenemos:

$$Y_G = \frac{\int_F y dF}{\int_F dF}$$

Suponiendo una faja de espesor dy y de ancho b , ubicada a una distancia y del eje x , podemos decir que $dF = b dy$

$$\int_F y dF = \int_0^h b y \cdot dy = b \left[\frac{y^2}{2} \right]_0^h = \frac{b \cdot h^2}{2}$$

$$\int_F dF = \int_0^h b dy = b y \Big|_0^h = b \cdot h$$

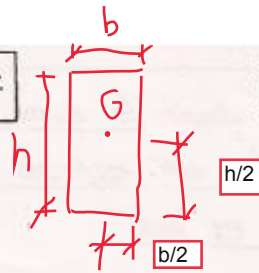
reemplazando, resulta:

$$Y_G = \frac{b \cdot h^2}{2bh} = \frac{h}{2}$$

$$Y_G = \frac{h}{2}$$

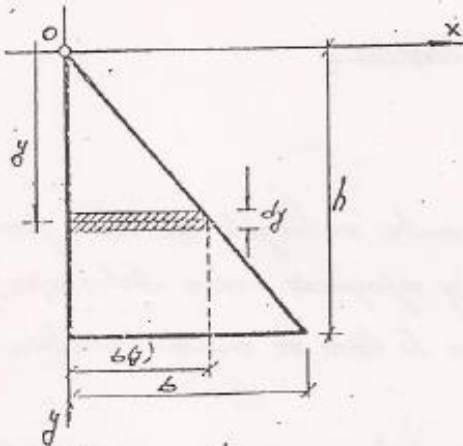
análogamente se llega a:

$$X_G = \frac{b}{2}$$



b.- TRIÁNGULO:

dado el siguiente triángulo de base b y altura h apoyado en uno de sus lados en un eje coordenado, interesa conocer las coordenadas baricéntricas.



de la definición de baricentro

$$Y_G = \frac{\int_F y dF}{\int_F dF}$$

además $dF = b(y) \cdot dy$
por semejanza, resulta:

$$\frac{b(y)}{b} = \frac{y}{h} \Rightarrow b(y) = \frac{b \cdot y}{h}$$

$$\int_F y dF = \int_0^h \frac{b}{h} y^2 dy = \frac{b}{h} \left[\frac{y^3}{3} \right]_0^h = \frac{b h^3}{3h} = \frac{b h^2}{3}$$

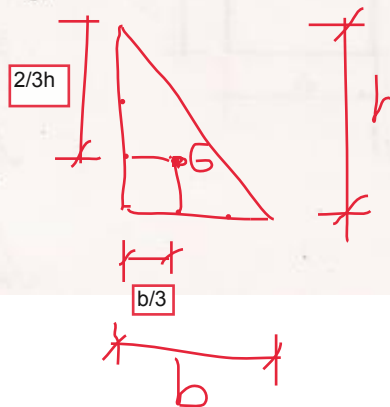
$$\int_F dF = \int_0^h b(y) dy = \int_0^h \frac{b \cdot y}{h} dy = \frac{b}{h} \left[\frac{y^2}{2} \right]_0^h = \frac{b h^2}{2h} = \frac{b h}{2}$$

reemplazando $Y_G = \frac{2 b h^2}{3 b h} = \frac{2}{3} h$

$$Y_G = \frac{2}{3} h$$

análogamente

$$X_G = \frac{1}{3} b$$

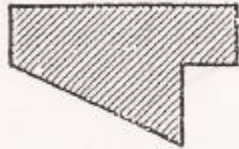


MSRR

Ing. Maria Sandra Ruiz Re

BARICENTRO DE FIGURAS COMPUESTAS.

Sea la sección de la figura, a la cual se le quiere determinar su baricentro (coordenadas $X_G; Y_G$) en forma analítica



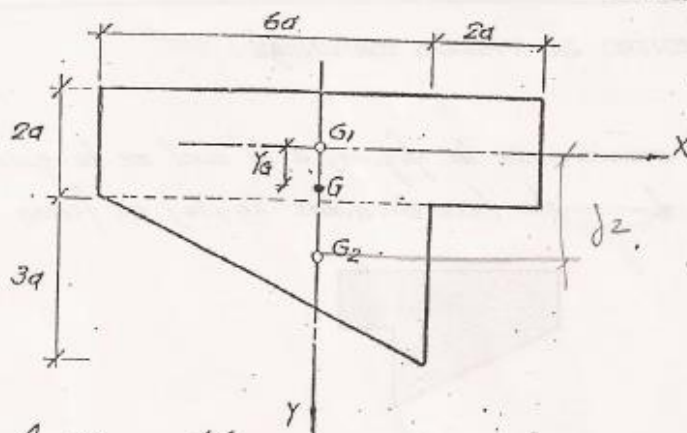
Lo primero que debe realizarse, es dividir la sección en la mayor cantidad posible de áreas simples; estas áreas serán tales que sus características geométricas sean conocidas (por ejemplo en cuadradas, rectángulos, triángulos, semicírculos, etc.). En el caso que nos ocupa dividiremos la sección dada en un rectángulo de área F_1 y en un triángulo de área F_2 .

Lo segundo que debemos realizar es ubicar los ejes coordenados (X e Y); estos ejes pueden ubicarse en forma arbitraria, pero lo que conviene hacer es ubicarlos de manera tal que se anulen la mayor cantidad de momentos estáticos de las figuras elementales (teniendo presente que $S^{1ro} = 0$), por lo tanto los ubicaremos de forma que pasen por la mayor cantidad posible de baricentros de las áreas de figuras simples.

Las expresiones que nos dan las coordenadas baricéntricas son las siguientes:

$$X_G = \frac{\sum F_i \cdot X_i}{\sum F_i}$$

$$Y_G = \frac{\sum F_i \cdot Y_i}{\sum F_i}$$



Las formulas a utilizar son : a.- $F = \sum_{i=1}^2 F_i = F_1 + F_2$

b.- $X_G = \frac{\sum x_i F_i}{\sum F_i}$ c.- $Y_G = \frac{\sum y_i F_i}{\sum F_i}$ donde $i=1, 2$.

1.- Determinación de las áreas elementales:

$$\left. \begin{array}{l} F_1 = 6a \times 2a = 12a^2 \\ F_2 = (3a \times 6a)/2 = 9a^2 \end{array} \right\} \Rightarrow F = 12a^2 + 9a^2 = 21a^2$$

2.- Determinación de X_G : $X_G = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2}{F}$

pero $x_1 = 0$ $x_2 = 0$

$$\Rightarrow \underline{X_G = 0}$$

3.- Determinación de Y_G :

pero $y_1 = 0$
 $y_2 = 2a$

$$Y_G = \frac{F_1 y_1 + F_2 y_2}{F}$$

$$\Rightarrow Y_G = \frac{12a^2 \times 0 + 9a^2 \times 2a}{21a^2} = \frac{18}{21} a = 0,72a$$

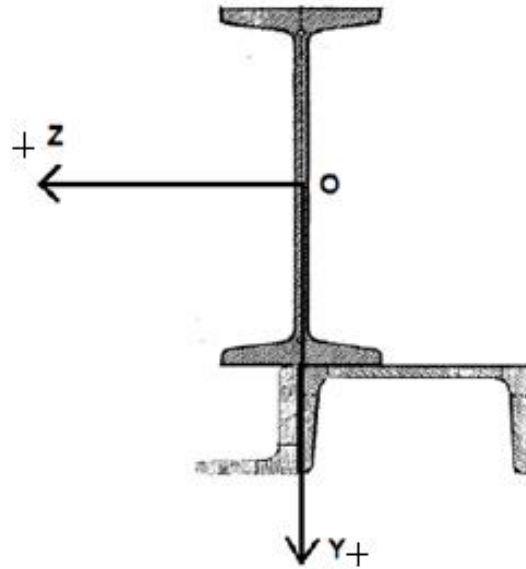
$$\underline{Y_G = 0,72a}$$

MSRR

Ejemplos de Aplicación

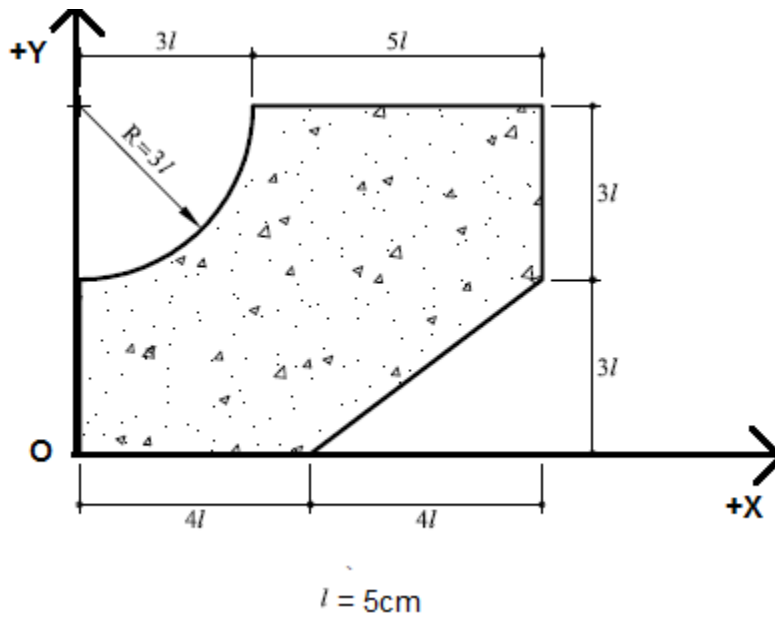
Calcular analíticamente las coordenadas baricéntricas (ZG, YG) de las siguientes figuras:

Figura 1:



IPN 120
UPN 80
L 45x45x3,2"

Figura2:



MSRR

Ing. Maria Sandra Ruiz Re

Figura 1:

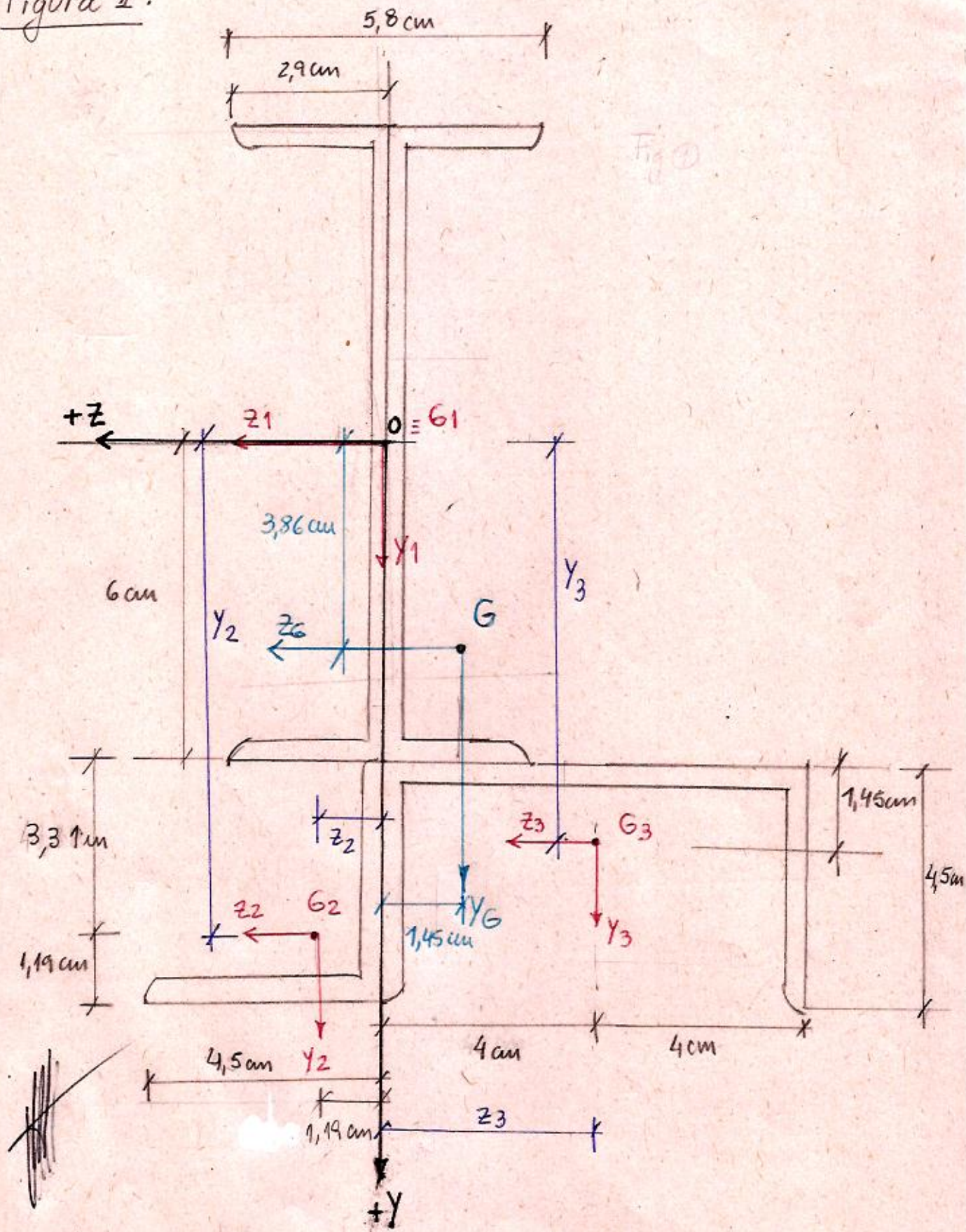


Fig 1

$$G(z_G, y_G)$$

1°) De tabla tomamos las dimensiones y distancias necesarias para los cálculos.

2°) Calculamos la coord z_G :

importante NO OLVIDAR colocar el signo respecto de los ejes coordenados de referencia.

$$z_G = \frac{\sum_{i=1}^m F_i \cdot z_i}{\sum_{i=1}^m F_i}, \quad m=3$$

$$F_1 \text{ (IPN 120)}$$

$$F_1 = 14,2 \text{ cm}^2$$

$$F_2 \text{ (L 45x45x2")}$$

$$F_2 = 2,83 \text{ cm}^2$$

$$F_3 \text{ (UPN 80)}$$

$$F_3 = 11 \text{ cm}^2$$

$$z_G = \frac{F_1 \cdot z_1 + F_2 \cdot z_2 + F_3 \cdot z_3}{F_1 + F_2 + F_3}$$

$$z_G = \frac{2,83 \text{ cm}^2 \cdot 1,19 \text{ cm} + 11 \text{ cm}^2 \cdot (-4 \text{ cm})}{28,03 \text{ cm}^2}$$

$$z_G = \ominus 1,45 \text{ cm}$$

3°) Calculamos la coord: y_G :

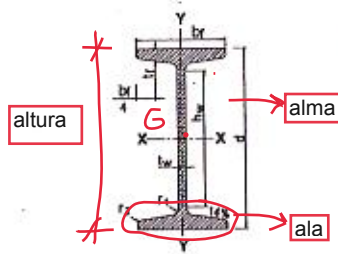
$$y_G = \frac{\sum_{i=1}^m F_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^m F_i}, \quad m=3$$

$$y_G = \frac{F_1 \cdot y_1 + F_2 \cdot y_2 + F_3 \cdot y_3}{F_1 + F_2 + F_3}$$

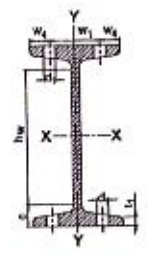
$$y_G = \frac{2,83 \text{ cm}^2 \cdot 9,39 \text{ cm} + 11 \text{ cm}^2 \cdot 7,45 \text{ cm}}{28,03 \text{ cm}^2}$$

$$y_G = 3,86 \text{ cm}$$

IPN según IRAM-IAS U 500-511



A_g = Área bruta de la sección transversal.
 I = Momento de Inercia de la sección respecto de los ejes principales.
 $r = \sqrt{I/A}$ Radio de giro.
 S = Módulo resistente elástico de la sección.
 Q = Momento estático de media sección.
 Z = Módulo plástico de la sección.



J = Módulo de torsión.
 C_w = Módulo de alabeo.
 X_1, X_2 = Factores de pandeo.
 L_p = Longitud lateralmente no arriostrada límite para desarrollar la capacidad de plastificación total por flexión.
 L_r = Longitud lateralmente no arriostrada límite para pandeo lateral torsional inelástico.

Designación	Dimensiones						Relaciones		Ag	Peso	X - X					Y - Y					Agujeros en el Ala		Distancia agujero al borde	Esp.	J	Cw	X1	X2 (10) ³	Acero F-24						
	d	bf	tf	hw	tw	r1	bf/2tf	hw/tw			lx	Sx	rx	Qx	Zx	ly	Sy	ry	Qy	1,5.Sy	Zy	w1							d1	w4	t1	Lp	Lr	Lp	Lr
80	80	42	5,9	59	3,9	2,3	3,56	15,1	7,57	5,94	77,8	19,5	3,20	11,4	22,8	6,29	3,00	0,91	2,46	4,50	4,93	22	6,4	10	4,43	0,71	87,5	32815	0,70	47	260	42	230		
100	100	50	6,8	75	4,5	2,7	3,68	16,7	10,6	8,34	171	34,2	4,01	19,9	39,8	12,2	4,88	1,07	4,02	7,32	8,04	28	6,4	11	5,05	1,31	268	30082	1,00	55	283	49	248		
120	120	58	7,7	92	5,1	3,1	3,77	18,0	14,2	11,1	328	54,7	4,81	31,8	63,6	21,5	7,41	1,23	6,12	11,12	12,24	32	8,4	13	5,67	2,23	685	28382	1,29	63	309	57	269		
140	140	66	8,6	109	5,7	3,4	3,84	19,1	18,2	14,3	573	81,9	5,61	47,7	95,4	35,2	10,7	1,40	8,85	16,05	17,70	34	11	16	6,29	3,56	1540	27117	1,56	72	339	65	293		
160	160	74	9,5	125	6,3	3,8	3,89	19,8	22,8	17,9	935	117	6,40	68,0	136	54,7	14,8	1,55	12,28	22,20	24,55	40	11	17	6,91	5,40	3138	26190	1,60	80	365	72	313		
180	180	82	10,4	142	6,9	4,1	3,94	20,6	27,9	21,9	1450	161	7,20	93,4	187	81,3	19,8	1,71	16,50	29,70	33,00	44	13	19	7,53	7,89	5924	25442	2,04	88	393	79	335		
200	200	90	11,3	159	7,5	4,5	3,98	21,2	33,4	26,2	2140	214	8,00	125	250	117	26,0	1,87	21,58	39,00	43,16	48	13	21	8,15	11,2	10520	24894	2,22	96	422	86	359		
220	220	98	12,2	176	8,1	4,9	4,02	21,7	39,5	31,1	3060	278	8,80	162	324	162	33,1	2,02	27,61	49,65	55,21	52	13	23	8,77	15,3	17760	24432	2,42	104	450	93	381		
240	240	106	13,1	192	8,7	5,2	4,05	22,1	46,1	38,2	4250	354	9,59	206	412	221	41,7	2,20	34,68	62,55	69,37	56	17	25	9,39	20,6	28730	24017	2,58	113	484	102	407		
260	260	113	14,1	208	9,4	5,6	4,01	22,1	53,3	41,9	5740	442	10,4	257	514	288	51,0	2,32	42,56	76,50	85,11	60	17	26,5	10,15	27,5	44070	23925	2,65	119	509	107	428		
280	280	119	15,2	225	10,1	6,1	3,91	22,3	61,0	47,9	7590	542	11,1	316	632	364	61,2	2,45	51,07	91,80	102,1	62	17	28,5	11,04	36,4	64580	24009	2,64	126	539	113	454		
300	300	125	16,2	241	10,8	6,5	3,86	22,3	69,0	54,2	9800	653	11,9	381	762	451	72,2	2,56	60,29	108,3	120,6	64	21	30,5	11,83	46,7	91850	23987	2,68	132	563	118	473		
320	320	131	17,3	258	11,5	6,9	3,79	22,4	77,7	61,0	12510	782	12,7	457	914	555	84,7	2,67	70,86	127,1	141,9	70	21	30,5	12,72	59,7	126800	24038	2,67	137	589	123	485		
340	340	137	18,3	274	12,2	7,3	3,74	22,5	86,7	68,0	15700	923	13,5	540	1080	674	98,4	2,80	82,35	147,6	164,7	74	21	31,5	13,51	74,3	178300	24009	2,71	144	617	130	516		
360	360	143	19,5	290	13,0	7,8	3,67	22,3	97,0	78,1	19610	1090	14,2	638	1276	818	114	2,90	95,98	171,6	191,9	78	23	33,5	14,50	84,2	240100	24207	2,64	149	643	134	541		
380	380	149	20,5	308	13,7	8,2	3,63	22,3	107	84,0	24010	1280	15,0	741	1482	975	131	3,02	109,8	196,4	219,6	82	23	33,5	15,29	115	318700	24282	2,85	155	672	140	565		
400	400	155	21,6	323	14,4	8,6	3,59	22,4	118	92,4	29210	1460	15,7	857	1714	1160	149	3,13	125,5	223,5	251,0	86	23	34,5	16,18	140	419600	24270	2,85	161	696	145	586		
425	425	163	23,0	343	15,3	9,2	3,54	22,4	132	104	36970	1740	16,7	1020	2040	1440	176	3,30	148,1	264,0	296,2	88	25	37,5	17,30	177	587500	24280	2,63	170	734	153	618		
450	450	170	24,3	363	16,2	9,7	3,50	22,4	147	115	45850	2040	17,7	1200	2400	1730	203	3,43	170,7	304,5	341,4	94	25	38,0	18,35	220	791100	24306	2,65	176	784	159	643		
475	475	178	25,8	384	17,1	10,3	3,48	22,5	163	128	56480	2380	18,6	1400	2800	2090	235	3,60	197,5	352,5	394,9	96	28	41,0	19,37	270	1067000	24318	2,67	185	803	167	675		
500	500	185	27,0	404	18,0	10,8	3,43	22,4	179	141	68740	2750	19,6	1620	3240	2480	268	3,72	225,7	402,2	451,4	100	28	42,5	20,53	329	1403000	24375	2,65	191	831	172	699		
550	550	200	30,0	445	19,0	11,9	3,33	23,4	212	166	99180	3610	21,6	2120	4240	3490	349	4,02	292,3	523,5	584,8	110	28	45,0	23,00	472	2389000	24188	2,69	207	892	186	750		
600	600	215	32,4	485	21,6	13,0	3,32	22,5	254	199	139000	4630	23,4	2730	5460	4670	434	4,30	368,4	651,6	736,7	120	28	47,5	24,88	667	3821000	24544	2,64	221	987	199	814		

UPN según IRAM-IAS U 500-509-2

Para Us<300 pend.=8%
Para U>300 pend.=5%

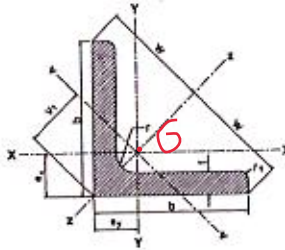


Ag = Área bruta de la sección transversal.
I = Momento de Inercia de la sección respecto de los ejes principales.
 $r = \sqrt{I/A}$ Radio de giro.
S = Módulo resistente elástico de la sección.
Q = Momento estático de media sección.
Z = Módulo plástico de la sección.
 $e_y = \bar{x}$ = Distancia al centro gravedad.
 e_c = Distancia al centro de corte.

J = Módulo de torsión.
Cw = Módulo de alabeo.
 X_1, X_2 = Factores de pandeo.
 L_p = Longitud lateralmente no arriostrada límite para desarrollar la capacidad de plastificación total por flexión.
 L_r = Longitud lateralmente no arriostrada límite para pandeo lateral torsional inelástico.

Designación	Dimensiones						Relaciones		Ag	Peso	X - X					Y - Y					Distancias		Agujeros en el ala		Distancia agujero al borde		Espesor		J	Cw	X_1	X_2 (10 ³)	Acero F-24							
	h	bf	tf	tw	r ₂	r ₁	bf/tf	tw/tw			ix	Sx	rx	Qx	Zx	Iy	Sy	ry	Qy	1,8.Sy	Zy	e _y	e _c	w ₁	d	w ₂	t ₁	t ₂					Carga Alma	Carga Ala Sup.						
	mm	mm	mm	mm	mm	mm					cm ²	Kg/m	cm ⁴	cm ³	cm	cm ²	cm ⁴	cm ³	cm	cm ⁴	cm ³	cm ⁴	cm ³	cm ⁴	cm ³	cm	cm	mm					mm	mm	mm	cm ⁴	cm ⁴	MPa	MPa ²	ca
30x15	30	15	4,5	12	4	2	3,33	3,00	2,21	1,74	2,53	1,69	1,07	-	-	0,38	0,39	0,42	-	-	-	0,52	0,74	10	6,4	5	3,90	5,10	0,14	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
30	30	33	7	1	5	3,5	4,71	0,20	6,44	4,27	6,38	4,26	1,08	-	-	5,33	2,68	0,99	-	-	-	1,31	2,22	18	8,4	15	5,68	8,32	0,82	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
40x20	40	20	5,5	18	5	2,5	3,64	3,80	3,66	2,87	7,58	3,79	1,44	-	-	1,14	0,88	0,56	-	-	-	0,67	1,01	11	6,4	9	4,70	6,30	0,34	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
40	40	35	7	11	5	3,5	5,00	2,20	8,21	4,87	14,1	7,05	1,50	-	-	8,68	3,08	1,04	-	-	-	1,33	2,32	18	11	17	5,80	8,40	0,91	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
50x25	50	25	6	25	5	3	4,17	5,00	4,92	3,86	16,8	6,73	1,85	-	-	2,40	1,48	0,71	-	-	-	0,81	1,34	18	8,4	9	5,00	7,00	0,52	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
50	50	36	7	20	5	3,5	6,43	4,00	7,12	5,58	26,4	10,8	1,92	-	-	3,12	3,78	1,13	-	-	-	1,37	2,47	20	11	18	5,48	8,52	1,02	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
60	60	30	6	35	6	3	5,00	5,83	6,48	5,07	31,0	10,5	2,21	-	-	4,51	2,16	0,84	-	-	-	0,91	1,50	18	8,4	12	4,80	7,20	0,78	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
65	65	42	7,5	33	5,5	4	5,80	6,00	8,03	7,09	67,5	17,7	2,52	-	-	14,1	5,07	1,25	-	-	-	1,42	2,60	25	11	17	5,82	8,18	1,48	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
80	80	45	8	45	6	4	5,83	7,57	11,00	8,84	108	26,5	3,10	15,9	31,8	18,4	6,38	1,33	6,35	9,54	12,08	1,45	2,67	25	13	20	6,20	9,80	2,00	190,54	48818	0,12	60	555	62	501	-	-	-	-
100	100	50	8,5	64	6	4,5	5,88	10,7	13,50	10,80	208	41,2	3,91	24,5	49,0	29,3	8,40	1,47	8,59	12,7	16,21	1,55	2,93	30	13	20	6,50	10,80	2,64	481,85	40033	0,27	78	508	88	454	-	-	-	-
120	120	55	9	82	7	4,5	6,11	11,7	17,00	13,40	364	60,7	4,82	36,3	72,8	43,2	11,1	1,59	11,81	16,7	21,27	1,60	3,03	30	17	25	6,80	11,20	3,84	1039,2	36738	0,40	82	504	74	450	-	-	-	-
140	140	60	10	98	7	5	6,00	14,0	20,40	16,00	605	86,4	5,45	51,4	103	62,7	14,8	1,75	15,38	22,2	28,32	1,75	3,37	35	17	25	7,80	12,40	5,37	2073,5	33445	0,57	80	508	81	451	-	-	-	-
160	160	65	10,5	115	7,5	5,5	6,19	15,3	24,00	18,80	925	118	6,21	68,8	138	85,3	18,3	1,89	19,37	27,5	35,20	1,84	3,56	35	21	30	7,90	13,10	6,97	3750,3	30778	0,82	97	509	87	449	-	-	-	-
180	180	70	11	133	8	5,5	6,36	16,8	28,00	22,00	1350	150	6,85	89,8	179	114	22,4	2,02	24,04	33,6	43,14	1,82	3,75	40	21	30	8,20	13,80	8,91	8383,5	29093	1,07	104	517	93	453	-	-	-	-
200	200	75	11,5	151	8,5	6	6,52	17,8	32,20	25,30	1910	191	7,70	114	228	148	27	2,14	29,41	40,5	51,88	2,01	3,94	40	23	35	8,50	14,30	11,23	10429	27479	1,37	110	522	99	453	-	-	-	-
220	220	80	12,5	187	9	6,5	6,40	18,6	37,40	29,40	2690	245	8,48	146	292	197	33,6	2,3	36,38	50,4	64,40	2,14	4,20	45	23	35	8,30	15,70	15,18	16737	28823	1,49	118	550	106	476	-	-	-	-
240	240	85	13	184	8,5	6,5	6,54	19,4	42,30	33,20	3600	300	9,22	179	358	248	39,6	2,42	43,30	59,4	78,02	2,23	4,39	45	25	40	8,60	16,40	18,57	25390	25785	1,79	124	560	112	481	-	-	-	-
260	260	90	14	200	10	7	6,43	20,0	48,30	37,90	4820	371	9,99	221	442	317	47,7	2,56	52,38	71,6	92,22	2,36	4,66	50	25	40	10,40	17,60	24,20	38133	25438	1,90	132	586	118	502	-	-	-	-
280	280	95	15	216	10	7,5	6,33	21,8	53,30	41,80	6280	448	10,90	268	532	399	57,2	2,74	62,03	85,8	109,9	2,53	5,02	50	25	45	11,20	18,80	29,71	55632	24518	2,12	141	608	127	518	-	-	-	-
300	300	100	16	232	10	8	6,25	23,2	58,80	46,20	8030	535	11,70	316	632	495	67,8	2,9	72,71	102	130,0	2,70	5,41	55	25	45	12,00	20,00	36,24	78829	23817	2,33	149	628	134	533	-	-	-	-
320	320	100	17,5	246	14	8,75	5,71	17,0	75,80	59,50	10870	679	12,10	413	828	587	80,8	2,81	91,63	121	168,9	2,60	4,82	55	28	46	15,35	20,35	61,80	104418	27823	1,42	144	695	130	603	-	-	-	-
350	350	100	18	282	14	8	6,25	20,1	77,30	60,60	12840	734	12,90	459	918	570	75	2,72	88,72	113	148,8	2,40	4,45	55	25	48	13,85	18,85	58,39	123305	24829	2,46	140	816	126	521	-	-	-	-
380	380	102	18	313	13,5	8	6,38	23,2	80,40	63,10	15780	829	14,00	507	1014	615	78,7	2,77	93,75	118	158,8	2,38	4,58	60	25	42	13,79	18,89	58,39	158663	22420	3,74	142	583	128	470	-	-	-	-
400	400	110	18	324	14	9	6,11	23,1	91,50	71,80	20350	1020	14,90	618	1236	846	102	3,04	118,2	153	202,3	2,85	5,11	60	25	50	15,80	21,10	78,06	239840	22578	3,42	158	640	141	529	-	-	-	-

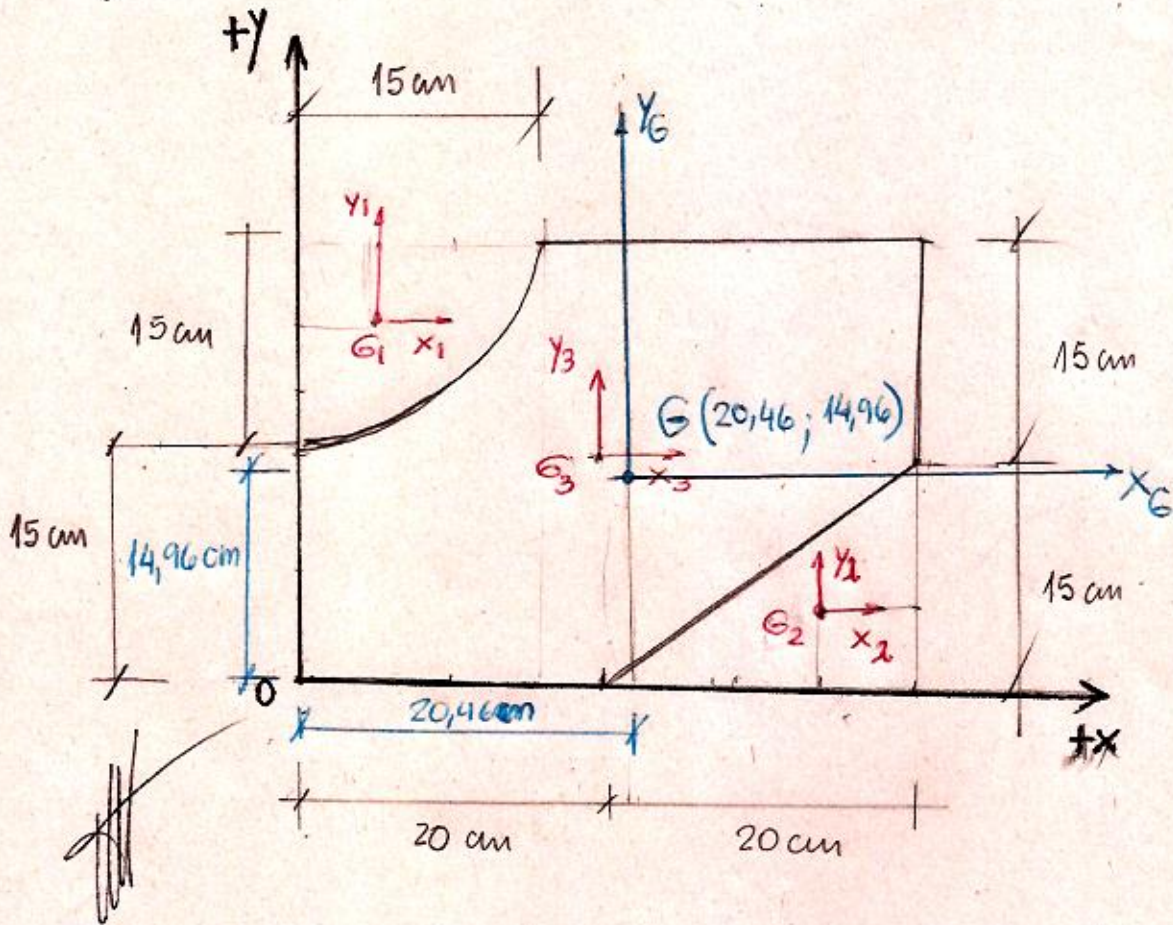
Perfiles Angulo según IRAM-IAS U 500-558



A_g = Área bruta de la sección transversal.
 I = Momento de Inercia de la sección, respecto de los ejes principales.
 $r = \sqrt{I/A}$ Radio de giro.
 S = Módulo resistente elástico de la sección.
 Q = Momento estático de media sección.
 Z = Módulo plástico de la sección.
 J = Módulo de torsión.
 C_w = Módulo de alabeo.

Designación del perfil	Designación Comercial	Dimensiones		Radios de acuerdo		Relación	Ag	Peso	Distancias al centro de gravedad			X - X = Y - Y			v - v			z - z		J	Cw
		b	t	r	r1				b/t	ex=ay	w	v1	ix=iy	Sx=Sy	rx=ry	Iv	Sv	Iv	Iz		
		mm	mm	mm	mm	cm	cm	cm		cm ⁴	cm ³	cm	cm ⁴	cm ³	cm	cm ⁴	cm	cm ⁴	cm ⁴		
L 16 x 16 x 3,2*	L 5/8 x 5/8 x 1/8	15,9	3,2	4	2	5,0	0,94	0,74	0,50	1,13	0,71	0,20	0,18	0,46	0,08	0,12	0,30	0,31	0,57	0,031	0,005
L 19 x 19 x 3,2 *	L 3/4 x 3/4 x 1/8	19	3,2	4	2	5,9	1,13	0,89	0,58	1,34	0,82	0,35	0,26	0,55	0,14	0,18	0,38	0,55	0,70	0,038	0,010
L 22 x 22 x 3,2 *	L 7/8 x 7/8 x 1/8	22,2	3,2	4	2	6,9	1,32	1,04	0,65	1,56	0,92	0,56	0,36	0,65	0,23	0,25	0,42	0,69	0,82	0,045	0,018
L 25 x 25 x 3,2 *	L 1 x 1 x 1/8	25,4	3,2			7,9	1,51	1,19	0,73	1,77	1,03	0,84	0,48	0,75	0,34	0,34	0,48	1,34	0,94	0,052	0,025
x 4,8*	x 3/16	25,4	4,8	4	2	5,3	2,19	1,72	0,79	1,77	1,11	1,17	0,68	0,73	0,5	0,45	0,48	1,84	0,92	0,170	0,075
x 6,4 *	x 1/4	25,4	6,4			4,0	2,81	2,2	0,85	1,77	1,19	1,44	0,87	0,72	0,66	0,55	0,48	2,23	0,89	0,388	0,159
L 29 x 29 x 3,2	L 1 1/8 x 1 1/8 x 1/8	28,6	3,2	5	2,5	8,9	1,65	1,3	0,77	1,91	1,09	1,06	0,55	0,80	0,42	0,39	0,51	1,70	1,01	0,059	0,036
L 32 x 32 x 3,2 *	L 1 1/4 x 1 1/4 x 1/8	31,7	3,2			9,9	1,97	1,56	0,89	2,26	1,26	1,83	0,79	0,96	0,72	0,57	0,61	2,93	1,22	0,066	0,050
x 4,8 *	x 3/16	31,7	4,8	5	2,5	6,6	2,87	2,25	0,96	2,26	1,35	2,58	1,15	0,95	1,06	0,78	0,61	4,10	1,20	0,216	0,155
x 6,4 *	x 1/4	31,7	6,4			5,0	3,71	2,91	1,02	2,26	1,44	3,24	1,49	0,93	1,38	0,96	0,61	5,08	1,17	0,498	0,337
L 38 x 38 x 3,2*	L 1 1/2 x 1 1/2 x 1/8	38,1	3,2			11,9	2,37	1,86	1,03	2,69	1,48	3,11	1,12	1,15	1,2	0,82	0,71	5,02	1,46	0,080	0,089
x 4,8	x 3/16	38,1	4,8	6	3	7,9	3,46	2,71	1,10	2,69	1,56	4,45	1,65	1,13	1,78	1,14	0,72	7,12	1,44	0,263	0,280
x 6,4	x 1/4	38,1	6,4			6,0	4,49	3,53	1,17	2,69	1,85	5,63	2,14	1,12	2,33	1,42	0,72	8,93	1,41	0,610	0,619
L 45 x 45 x 3,2 *	L 1 3/4 x 1 3/4 x 1/8	44,4	3,2			13,9	2,83	2,22	1,19	3,18	1,68	5,24	1,58	1,36	1,88	1,18	0,84	8,50	1,73	0,093	0,143
x 4,8*	x 3/16	44,4	4,8	7	3,5	9,3	4,14	3,25	1,27	3,18	1,79	7,57	2,34	1,35	2,97	1,66	0,85	12,17	1,71	0,310	0,455
x 6,4 *	x 1/4	44,4	6,4			6,9	5,40	4,24	1,34	3,18	1,88	8,67	3,06	1,34	3,8	2,07	0,85	15,43	1,69	0,720	1,018
L 51 x 51 x 3,2*	L 2 x 2 x 1/8	50,8	3,2			15,9	3,21	2,52	1,34	3,16	1,89	7,76	2,07	1,55	2,95	1,56	0,98	12,58	1,98	0,107	0,217
x 4,8*	x 3/16	50,8	4,8			10,6	4,72	3,7	1,42	3,61	2	11,26	3,06	1,54	4,41	2,2	0,97	18,12	1,96	0,357	0,697
x 6,4 *	x 1/4	50,8	6,4	7	3,5	7,9	6,17	4,84	1,49	3,61	2,1	14,45	4,00	1,53	5,8	2,77	0,97	23,10	1,93	0,632	1,571
x 7,9	x 5/16	50,8	7,9			6,4	7,49	5,88	1,54	3,61	2,18	17,19	4,83	1,52	7,08	3,24	0,87	27,32	1,91	1,540	2,817
x 9,5	x 3/8	50,8	9,5			5,3	8,84	6,94	1,60	3,61	2,26	19,87	5,68	1,60	8,38	3,7	0,97	31,35	1,88	2,632	4,651
L 57 x 57 x 3,2*	L 2 1/4 x 2 1/4 x 1/8	57,1	3,2			17,8	3,61	2,84	1,48	4,03	2,08	10,88	2,58	1,73	4,05	1,95	1,06	17,70	2,21	0,121	0,311
x 4,8 *	x 3/16	57,1	4,8	8	4	11,9	5,31	4,17	1,56	4,03	2,2	15,88	3,84	1,73	6,13	2,79	1,07	25,64	2,20	0,403	1,006
x 6,4*	x 1/4	57,1	6,4			8,9	6,96	5,46	1,63	4,03	2,3	20,49	5,03	1,72	8,1	3,53	1,08	32,87	2,17	0,942	2,281

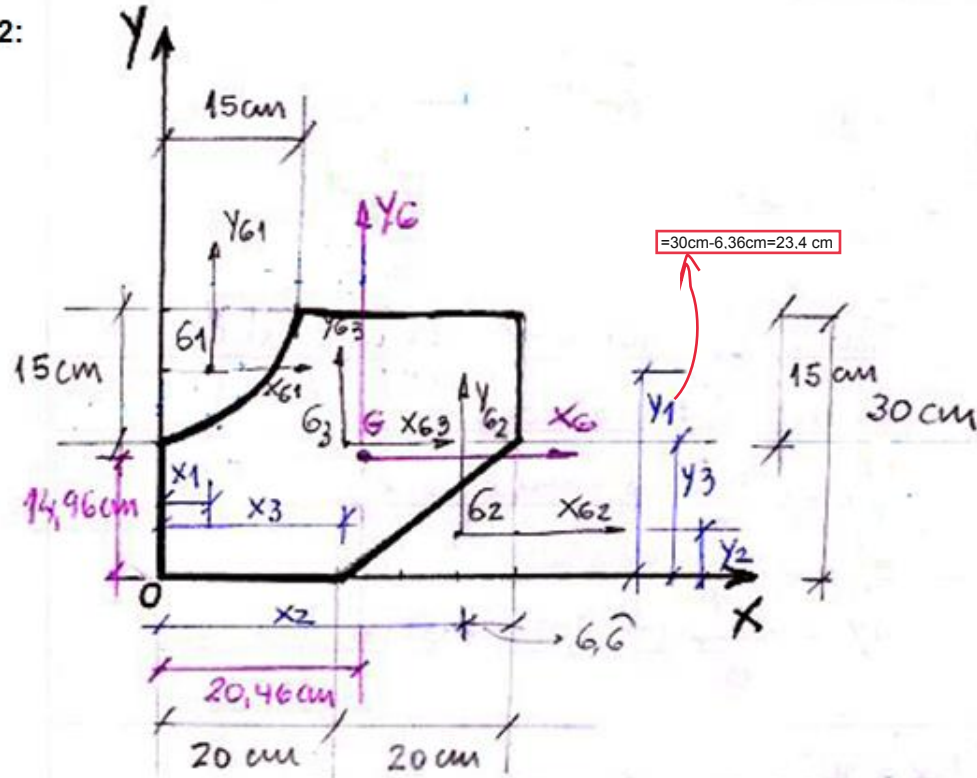
Figura 2 :



MSRR

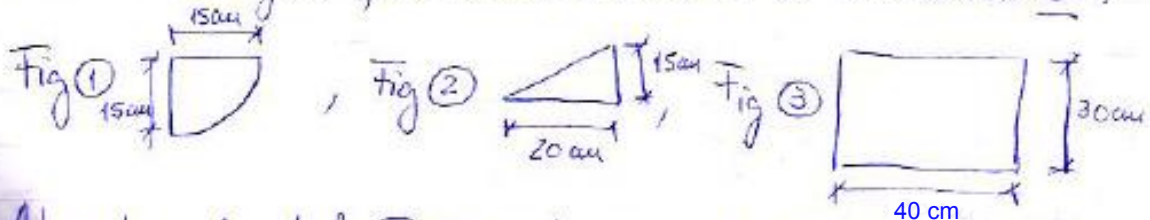
Ing. Maria Sandra Ruiz Re

Figura 2:



$G(x_G, y_G) \rightarrow$ Baricentro.

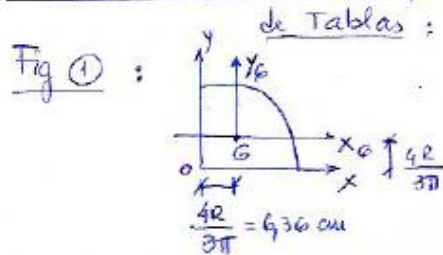
Dividimos en tres figuras conocidas para obtener el area de la Figura que vamos a obtener el Baricentro \underline{G} :



Al rectangulo de lo Fig 3 restaremos la Fig 2 y la Fig 1.

$$\left\{ \begin{aligned} X_G &= \frac{F_3 \cdot X_3 - (F_2 \cdot X_2 + F_1 \cdot X_1)}{F_3 - (F_2 + F_1)}; & Y_G &= \frac{F_3 \cdot Y_3 - (F_2 \cdot Y_2 + F_1 \cdot Y_1)}{F_3 - (F_2 + F_1)} \end{aligned} \right\} \textcircled{a}$$

Datos de una de las figuras:



$$F_1 = \frac{0R^2}{4}$$

$$F_1 = 176,71 \text{ cm}^2$$

$$X_1 = 6,36 \text{ cm}$$

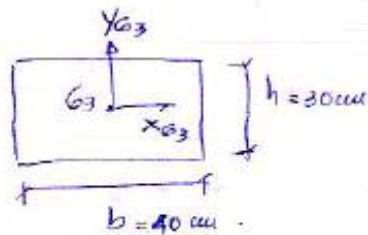
$$Y_1 = 23,64 \text{ cm}$$

~~XXXX~~

MSRR

Ing. Maria Sandra Ruiz Re

Fig ③ :



$$x_3 = 20 \text{ cm}$$

$$y_3 = 15 \text{ cm}$$

$$F_3 = b \cdot h$$

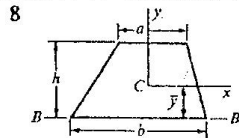
$$F_3 = 1200 \text{ cm}^2$$

Reemplazando en las expresiones de (a) :

$$\begin{cases} x_G = 20,46 \text{ cm} \\ y_G = 14,96 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow G = (20,46 ; 14,96)$$

MSRR

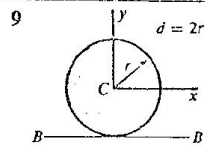
Ing. Maria Sandra Ruiz Re



8 Trapezoide (Origen de los ejes en el centroide.)

$$A = \frac{h(a+b)}{2} \quad \bar{y} = \frac{h(2a+b)}{3(a+b)}$$

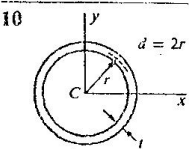
$$I_x = \frac{h^3(a^2 + 4ab + b^2)}{36(a+b)} \quad I_{BB} = \frac{h^3(3a+b)}{12}$$



9 Círculo (Origen de los ejes en el centro.)

$$A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4} \quad I_x = I_y = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi d^4}{64}$$

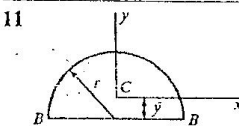
$$I_{xy} = 0 \quad I_p = \frac{\pi r^4}{2} = \frac{\pi d^4}{32} \quad I_{BB} = \frac{5\pi r^4}{4} = \frac{5\pi d^4}{64}$$



10 Anillo circular (Origen de los ejes en el centro.)
Fórmulas aproximadas para el caso cuando t es pequeño.

$$A = 2\pi r t = \pi d t \quad I_x = I_y = \pi r^3 t = \frac{\pi d^3 t}{8}$$

$$I_{xy} = 0 \quad I_p = 2\pi r^3 t = \frac{\pi d^3 t}{4}$$

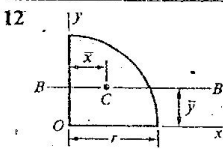


11 Semicírculo (Origen de los ejes en el centroide.)

$$A = \frac{\pi r^2}{2} \quad \bar{y} = \frac{4r}{3\pi}$$

$$I_x = \frac{(9\pi^2 - 64)r^4}{72\pi} \approx 0.1098r^4 \quad I_y = \frac{\pi r^4}{8}$$

$$I_{xy} = 0 \quad I_{BB} = \frac{\pi r^4}{8}$$

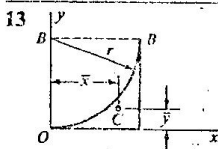


12 Cuadrante de círculo (Origen de los ejes en el centro del círculo.)

$$A = \frac{\pi r^2}{4} \quad \bar{x} = \bar{y} = \frac{4r}{3\pi}$$

$$I_x = I_y = \frac{\pi r^4}{16} \quad I_{xy} = \frac{r^4}{8}$$

$$I_{BB} = \frac{(9\pi^2 - 64)r^4}{144\pi} \approx 0.05488r^4$$



13 Arco de cuadrante de círculo (Origen de los ejes en el vértice.)

$$A = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)r^2$$

$$\bar{x} = \frac{2r}{3(4-\pi)} \approx 0.7766r \quad \bar{y} = \frac{(10-3\pi)r}{3(4-\pi)} \approx 0.2234r$$

$$I_x = \left(1 - \frac{5\pi}{16}\right)r^4 \approx 0.01825r^4 \quad I_y = I_{BB} = \left(\frac{1}{3} - \frac{\pi}{16}\right)r^4 \approx 0.1370r^4$$

MSRR