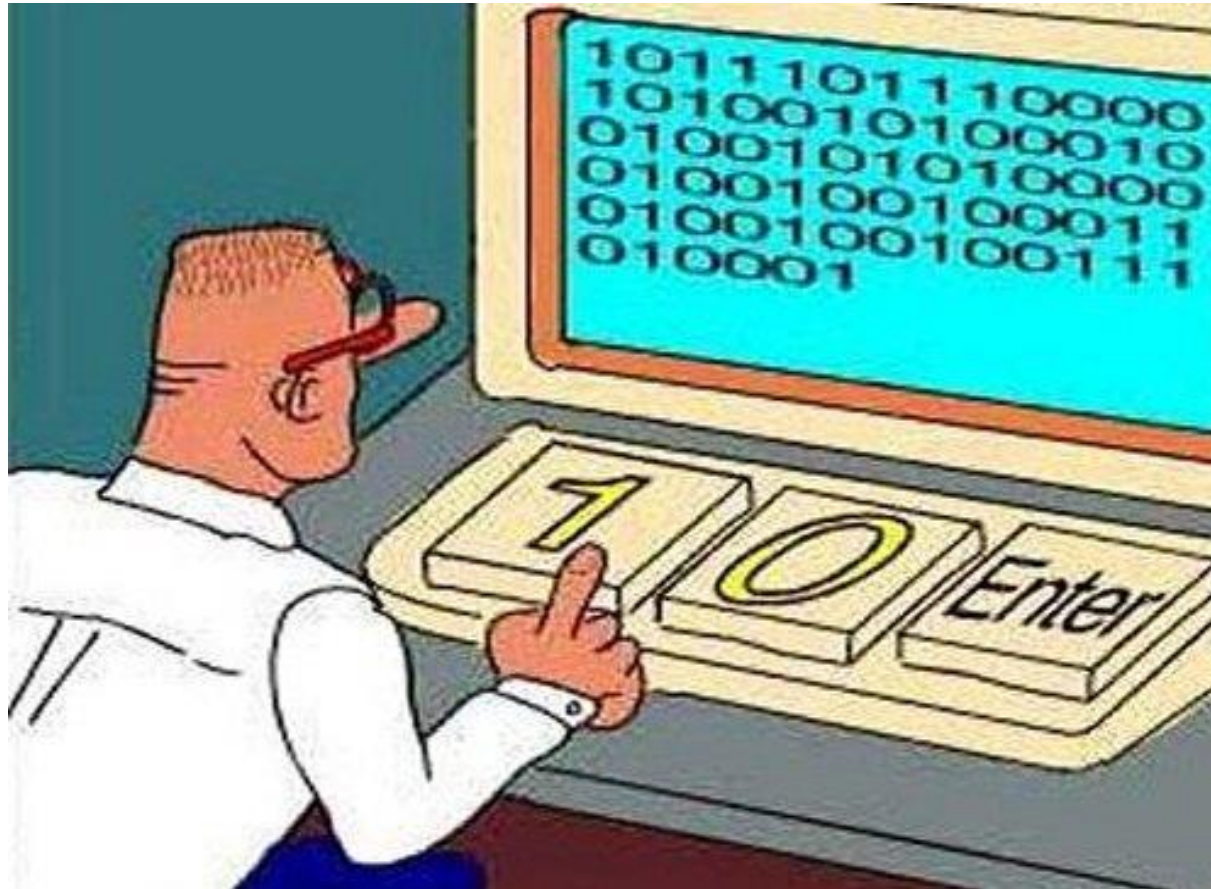


# Variables enteras binarias

en programación lineal



Utilizamos variables enteras binarias para modelar decisiones del tipo:

- “Pasa no pasa”
- “Se hace no se hace”
- “Se invierte no se invierte”
- “Se compra no se compra”
- “Inclusión o exclusión”
- “Se incurre en un costo o no se incurre”
- .....

Utilizamos variables enteras binarias para modelar decisiones del tipo:

- “Pasa no pasa”
- “Se hace no se hace”
- “Se invierte no se invierte”
- “Se compra no se compra”
- “Inclusión o exclusión”
- “Se incurre en un costo o no se incurre”
- .....

..... o para formular problemas de:

- Asignación de recursos
- Optimización de redes
- Economías de escala
- Lotes mínimos
- Costos Fijos
- .....

# Aplicaciones: Lote mínimo

Objetivo:

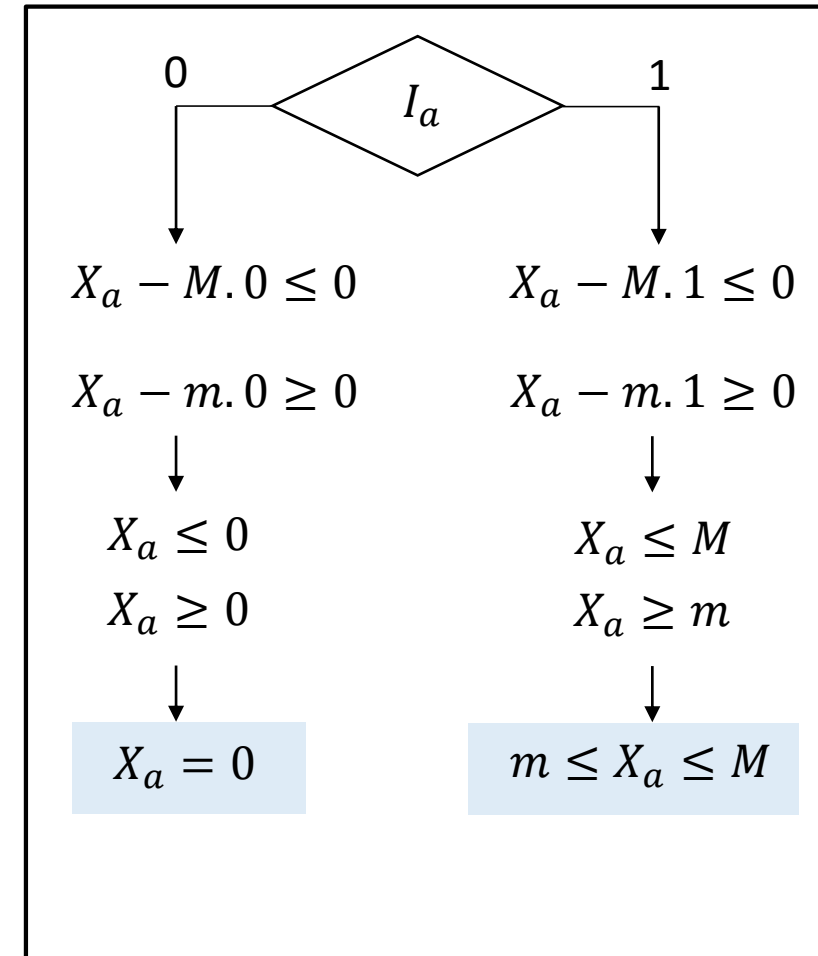
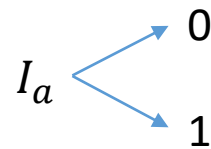
Si un determinado producto se fabrica, entonces deben producirse **m** unidades como mínimo y **M** unidades como máximo.



Formulación:

$$X_a - M \cdot I_a \leq 0$$

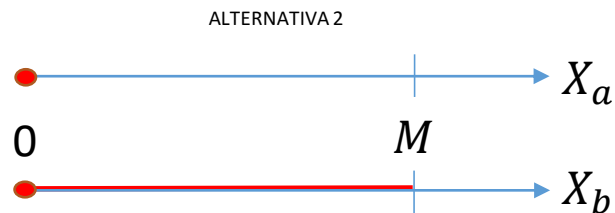
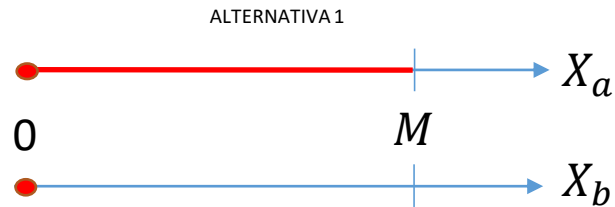
$$X_a - m \cdot I_a \geq 0$$



# Aplicaciones: Exclusión de alternativas

Objetivo:

Se exige que entre dos o más productos, solo se fabrique uno de ellos.

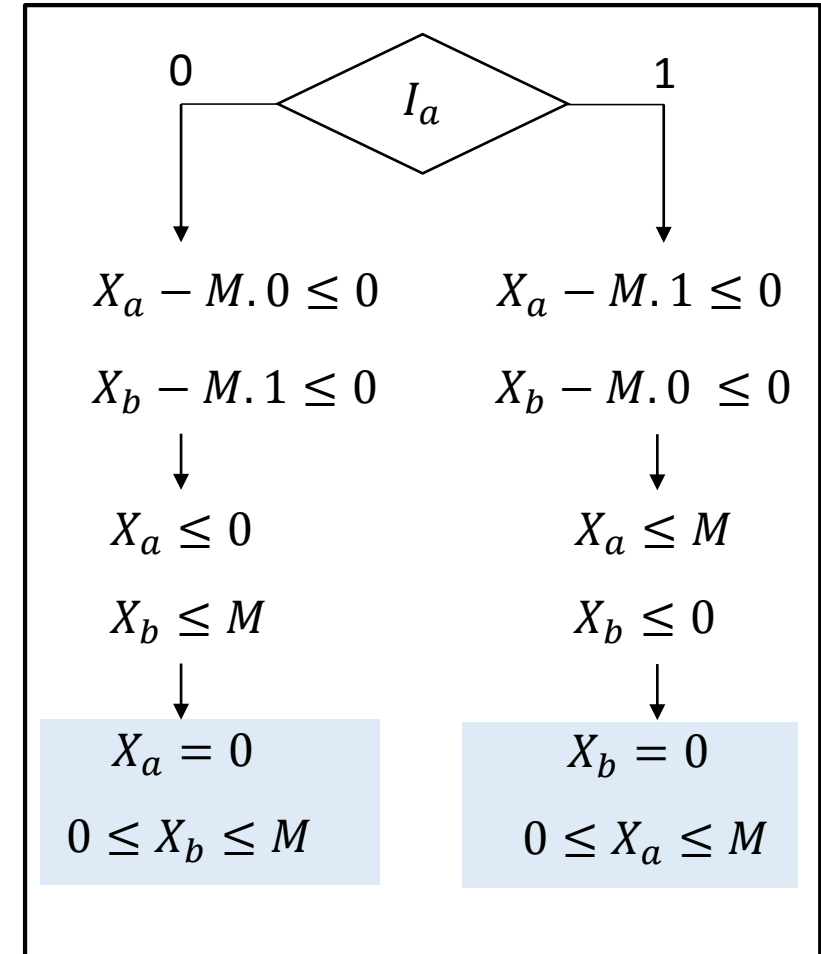
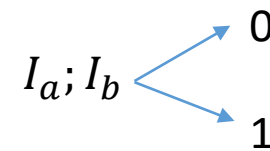


Formulación:

$$X_a - M \cdot I_a \leq 0$$

$$X_b - M \cdot I_b \leq 0$$

$$I_a + I_b = 1$$



# Aplicaciones: Activación de restricciones

Objetivo:

Si se produce determinado producto, entonces debe agregarse al modelo una restricción del tipo:

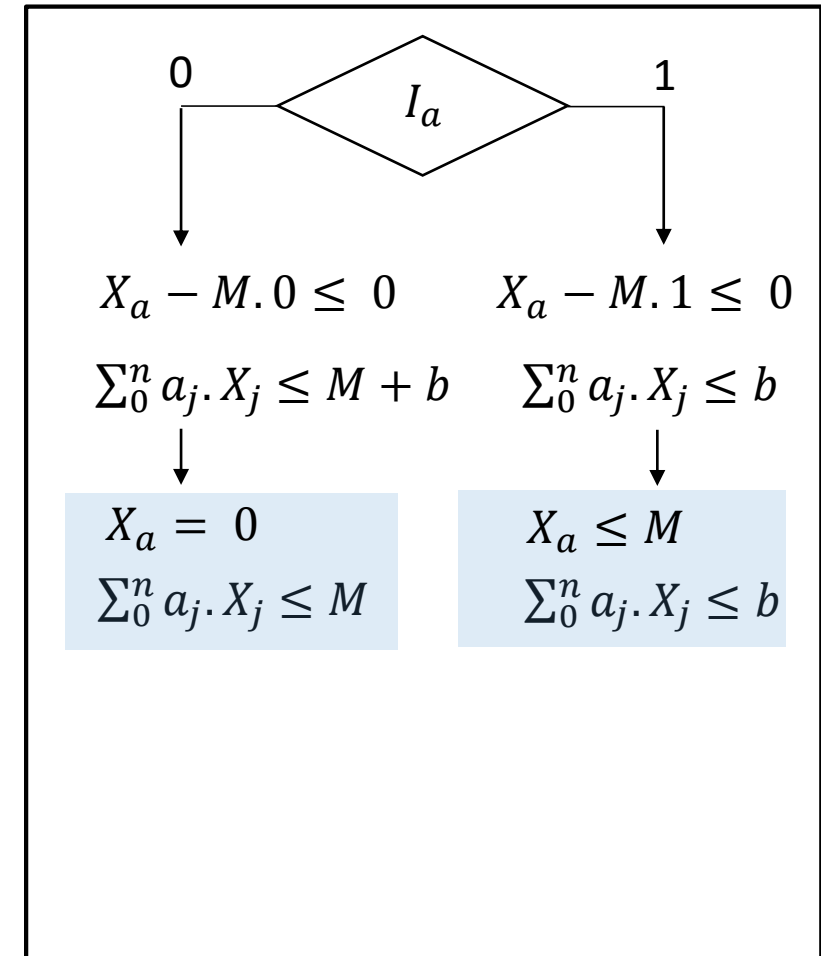
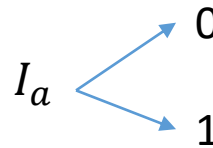
$$\sum_0^n a_j \cdot X_j \leq b$$

La restricción está ausente en caso contrario.

Formulación:

$$X_a - M \cdot I_a \leq 0$$

$$\sum_0^n a_j \cdot X_j + M \cdot I_a \leq M + b$$

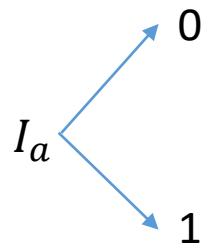


# Aplicaciones: Activación de restricciones

Restricción de  $\geq$

$$\sum_0^n a_j \cdot X_j - b \cdot I_a \geq 0$$

$$X_a - M \cdot I_a \leq 0$$



$$\sum_0^n a_j \cdot X_j \geq 0 \quad X_a = 0$$

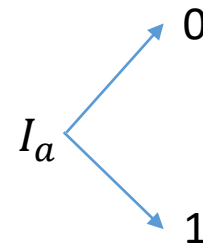
$$\sum_0^n a_j \cdot X_j \geq b \quad X_a \leq M$$

Restricción de =

$$\sum_0^n a_j \cdot X_j + M \cdot I_a \leq M + b$$

$$\sum_0^n a_j \cdot X_j - b \cdot I_a \geq 0$$

$$X_a - M \cdot I_a \leq 0$$



$$0 \leq \sum_0^n a_j \cdot X_j \leq M \quad X_a = 0$$

$$\sum_0^n a_j \cdot X_j = b \quad X_a \leq M$$

# Aplicaciones: Activación de costos fijos

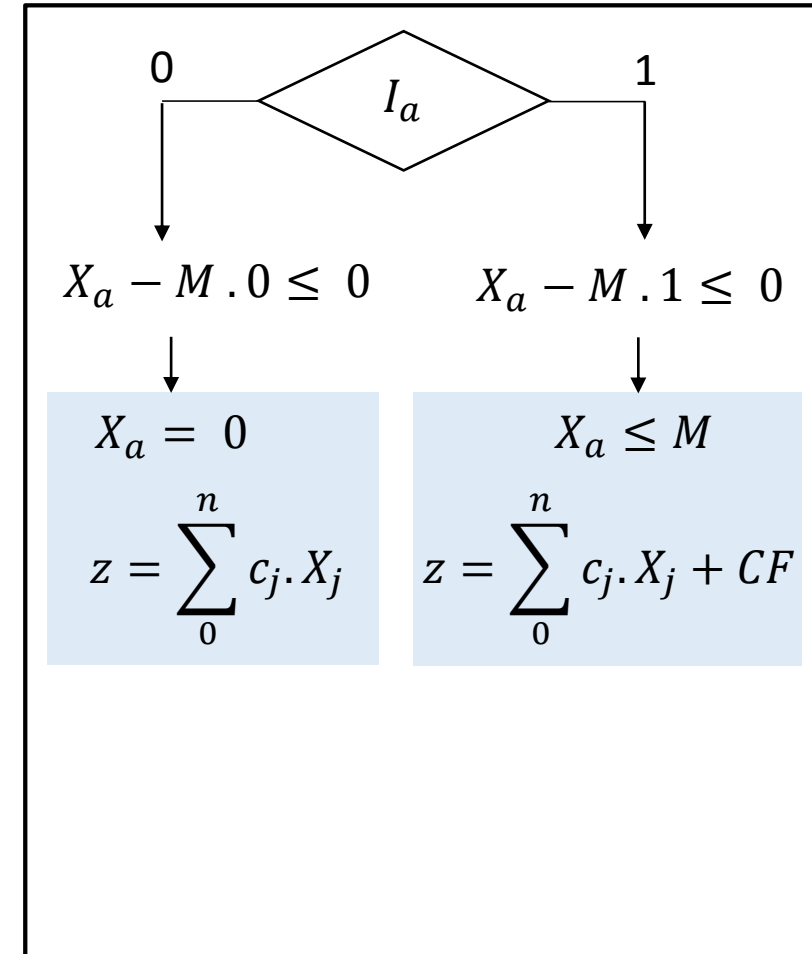
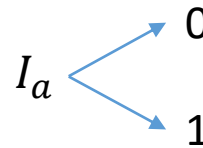
## Objetivo:

Existen costos fijos atribuibles a un determinado producto (**CF**).  
Si se produce alguna unidad de ese producto se incurre en el costo fijo.  
Si no se producen unidades de ese producto el costo fijo no existe.

## Formulación:

$$X_a - M \cdot I_a \leq 0$$

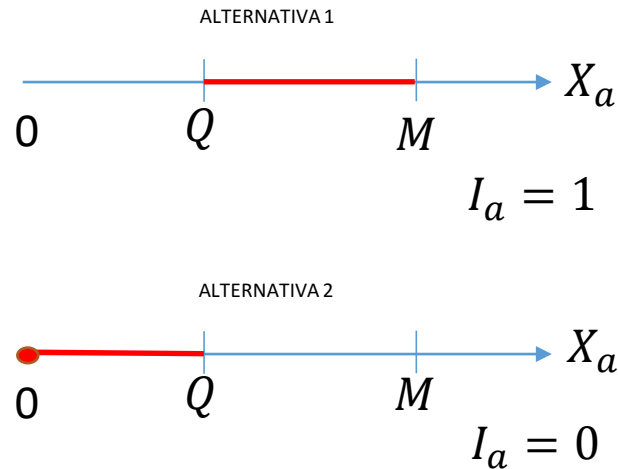
$$z = \sum_0^n c_j \cdot X_j + CF \cdot I_a$$



# Aplicaciones: Identificar rango de una variable

Objetivo:

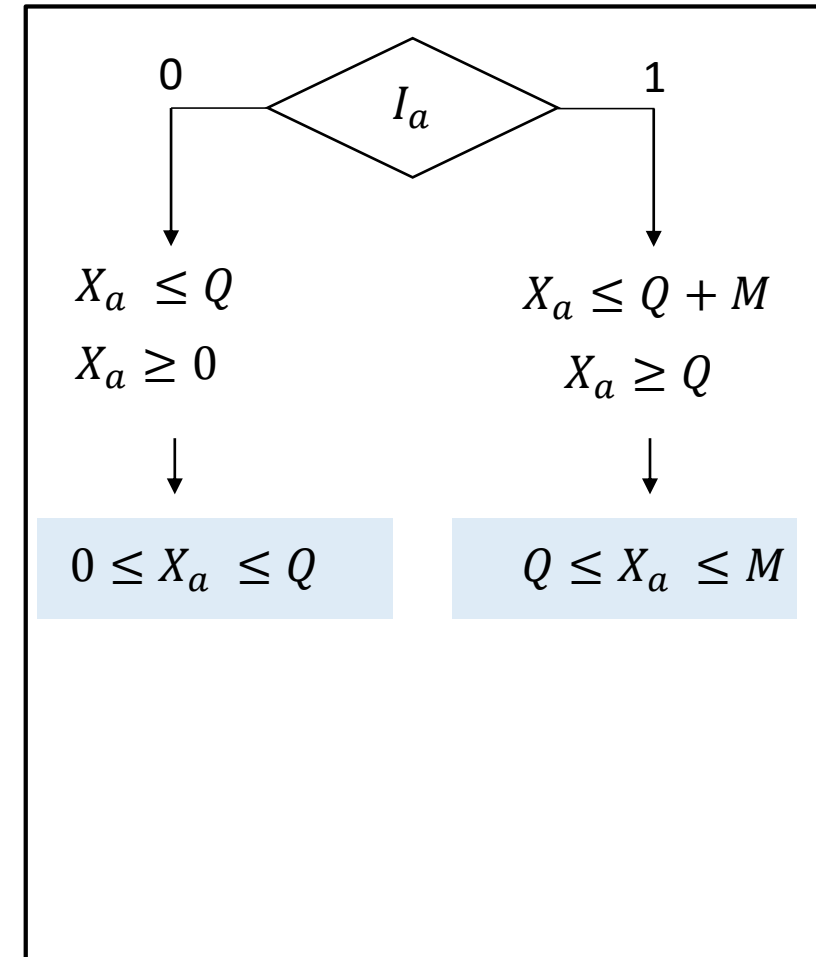
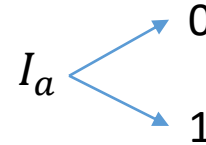
Identificar si una variable es mayor o menor a un determinado valor ( $Q$ )



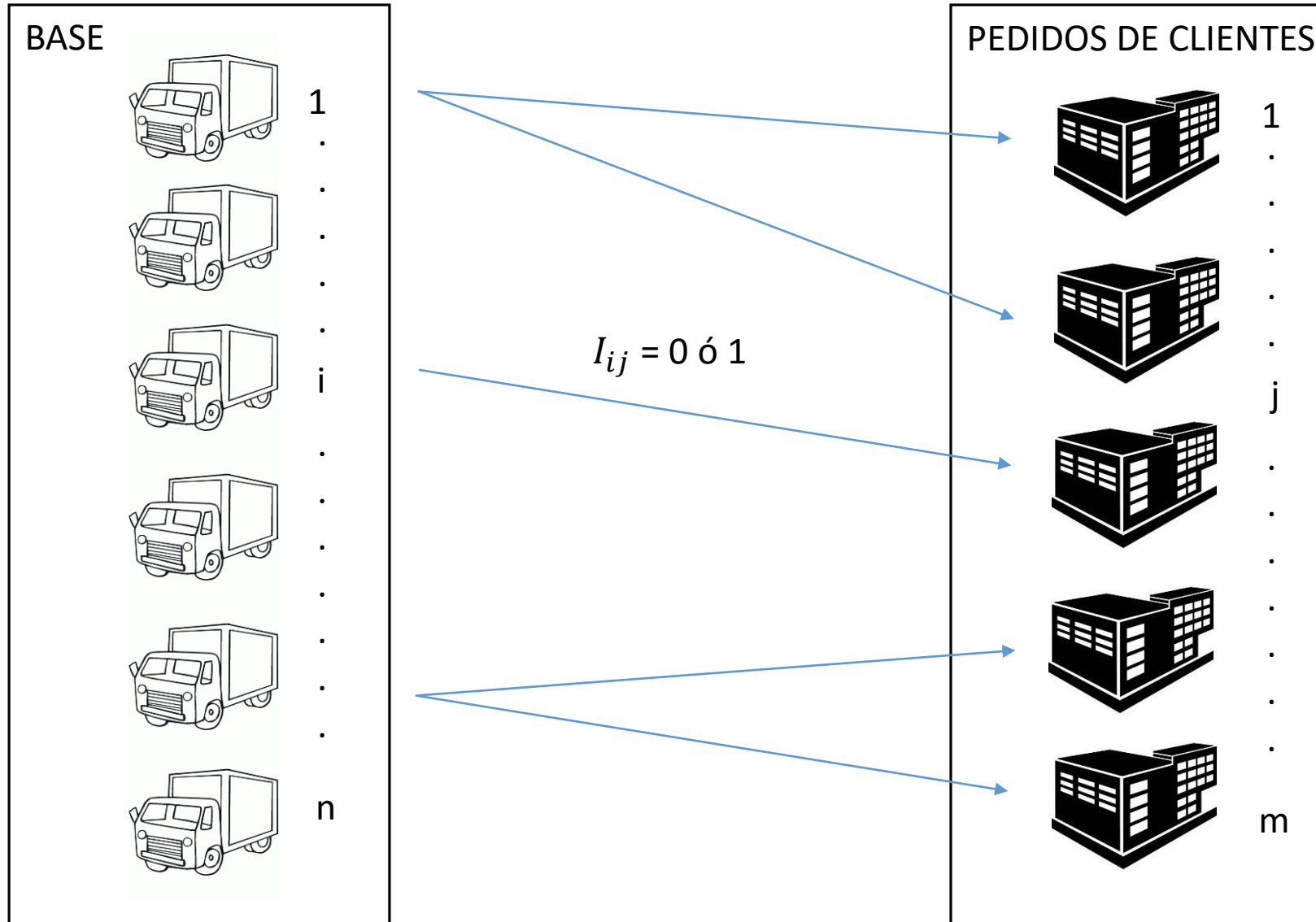
Formulación:

$$X_a - M \cdot I_a \leq Q$$

$$X_a - Q \cdot I_a \geq 0$$



# Ejemplo: Ruteo de camiones



# Ejemplo: Ruteo de camiones

- Rutear (en este contexto) es **asignar** un camión a un pedido de un cliente.
- Se dispone de  $n$  camiones en la base.
- Existen  $m$  pedidos de clientes. Los pedidos son de camión completo.
- Entregada la carga a un cliente el camión regresa a la base.
- Cada camión puede realizar varios viajes siempre y cuando no exceda el tiempo del turno de trabajo  $T_i$ .
- Se conocen los tiempos de ejecución de cada pedido  $t_j$  (carga, viaje de ida, descarga, viaje de regreso)
- El objetivo es emplear la menor cantidad de camiones.

## Variables del problema:

$I_{ij} = 1$  si el camión  $i$  realiza la entrega del pedido  $j$

$I_{ij} = 0$  en caso contrario

## Parámetros:

$t_j$  tiempo de ejecución del pedido  $j$

$T_i$  tiempo disponible del camión  $i$  (tiempo del turno)

# Ejemplo: Ruteo de camiones

## Asegurar abastecimiento

$$\sum_{i=1}^n I_{ij} = 1 \quad j = 1 \dots \dots m$$

## Asegurar no exceder el tiempo del turno

$$\sum_{j=1}^m I_{ij} \cdot t_j \leq T_i \quad i = 1 \dots \dots n$$

## Identificar camiones activos

$$K_i = I_{i1} + I_{i2} + \dots \dots \dots + I_{im}$$

$$\left. \begin{array}{l} K_i - M \cdot J_i \leq 0 \\ K_i - J_i \geq 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \longrightarrow J_i = 0 \\ \searrow J_i = 1 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} K_i \leq 0 \\ K_i \geq 0 \end{array} \right\} K_i = 0$$
  
$$\left\{ \begin{array}{l} K_i \leq M \\ K_i \geq 1 \end{array} \right\} 1 \leq K_i \leq M$$

## Función objetivo

$$Z = \sum_{i=1}^n J_i \quad (MIN)$$

# Ejemplo: Ruteo de camiones

Ejemplo: Existen 10 camiones con  $T_i=10$ hs disponibles cada uno. Se deben atender 10 pedidos cuyos tiempos de ejecución  $t_j$  son conocidos. (Solución con SOLVER de Excel<sup>®</sup>)

Camiones	Pedidos ->										Tiempo disponible		Identificación camión activo			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Ti		k	J	k-M.J	k-J
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0
4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	6	10	1	1	-9998	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	10	10	1	1	-9998	0
6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	6	10	1	1	-9998	0
7	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	10	10	3	1	-9996	2
8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	10	10	1	1	-9998	0
9	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	8	10	2	1	-9997	1
10	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	10	10	1	1	-9998	0
Tiempo de ejecución pedido ->																
$t_j$	2	2	2	6	6	6	6	10	10	10	Total camiones activos		7			
Condición de cumplimiento de pedido ->																
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1						