



TRABAJO PRACTICO N° 09:
“ANÁLISIS ELASTOPLÁSTICO - AEPlas”

EJERCICIOS OBLIGATORIOS:

- Ejercicio N°5
- Ejercicio N°7
- Ejercicio N°12
- Ejercicio N°17

EJERCICIOS ELECTIVOS:

- Ejercicio N°3
- Ejercicio N°6
- Ejercicio N°10
- Ejercicio N°15

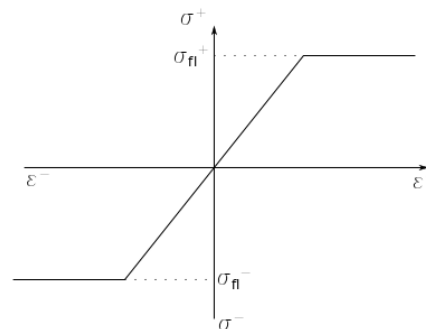
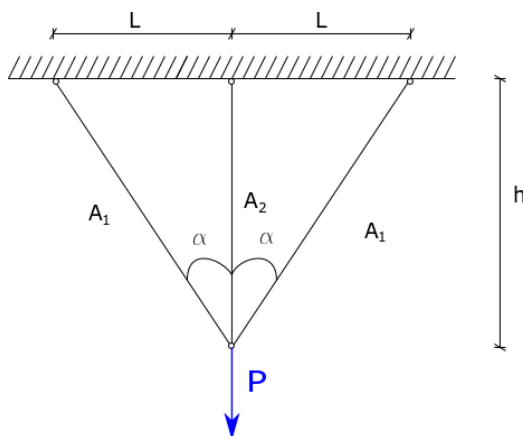
NOTAS PRELIMINARES:

En todos los esquemas y dibujos que se realicen, deberán indicarse los valores característicos;

SOLICITACION AXIL

EJERCICIO N° 1:

- a. Determinar la carga P_e que provoca la fluencia en la primera barra del sistema (P_e o P_f)
- b. Determinar la carga P_c que provoca el colapso del sistema (P_c o P_u)
- c. Suponiendo que el sistema se carga con $P^* = (P_e + P_c)/2$ y luego se descarga totalmente, determinar los esfuerzos residuales, las tensiones residuales y las deformaciones residuales en las barras.- Indicar todos los valores en un diagrama (para cada barra) $N_i - d_a$ (d_a = corrimiento del punto A)
- d. Trazar los diagramas $P = f(d_a)$, indicando los valores significativos de carga y de descarga
- e. Idem para los $N_i = f(P)$ en carga y descarga



DATOS:

$L = 2 \text{ m}$

$h = 3 \text{ m}$

$A_2 = 2 A_1$

$A_1 = 5 \text{ cm}^2$

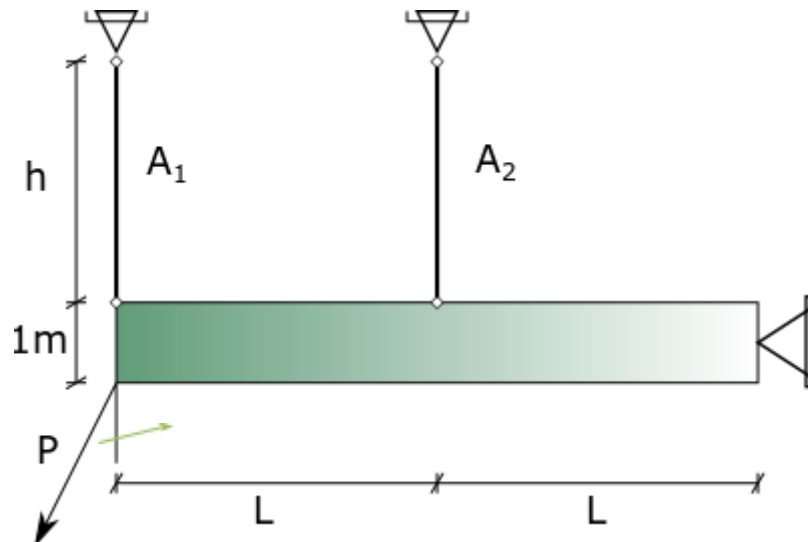
| | | | | | | |
|------------|---|------|------|----------|--------|---------|
| 05.09-ARAn | TP N° 09 – Análisis Elastoplástico - AEPlas | 0 | 2025 | 1 | Todos | Pág.: 1 |
| TP N° | CARPETA – SUB-CARPETA – DENOMINACIÓN | REV. | AÑO | CUATRIM. | CURSOS | de: 16 |



$$E = 21000 \text{ kN/cm}^2 \quad \sigma_{fl} = 240 \text{ MPa}$$

EJERCICIO N° 2:

- Cuál es la carga máxima admisible que puede soportar la estructura, con un coeficiente de seguridad de 1.6 frente al colapso.
- Para dicho valor de carga como dato, indicar que seguridad se tiene cada una de las barras ante la fluencia
- Trazar los diagramas $P = f(\delta_A)$, (corrimiento vertical del punto A) hasta alcanzar $P_{colapso}$. Indicar todos los valores notables.



DATOS: Idem Ejercicio 1, Barra horizontal infinitamente rígida a flexión y sollicitación axial

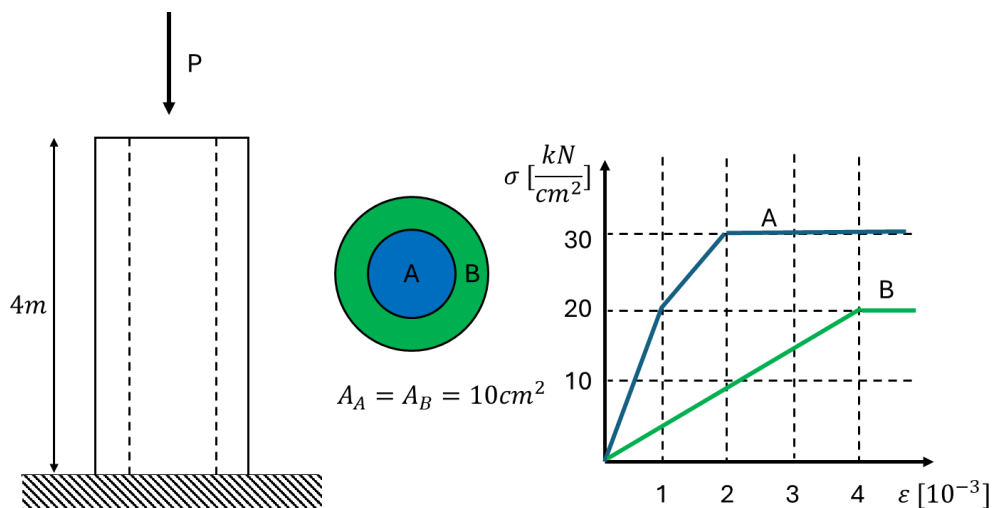
| | | | | | | |
|------------|---|------|------|----------|--------|---------|
| 05.09-ARAn | TP N° 09 – Análisis Elastoplástico - AEPlas | 0 | 2025 | 1 | Todos | Pág.: 2 |
| TP N° | CARPETA – SUB-CARPETA – DENOMINACIÓN | REV. | AÑO | CUATRIM. | CURSOS | de: 16 |



EJERCICIO N° 3:

Para la siguiente barra compuesta de dos materiales, se pide:

- Determinar el P_e y el δ_e
- Determinar el P_c y el δ_c
- Si se carga hasta que la columna sufre un acortamiento de 12mm y luego se descarga, determinar tensiones y deformaciones residuales. (El material A descarga paralelo al primer tramo)



EJERCICIO N° 4:

Para el ejercicio N°19 del TP1 – Sollicitación en régimen Axil. Considerando que el error de montaje ya fue salvado y la estructura esta solicitada por las tensiones residuales ya calculadas y considerando una fuerza P aplicada en el punto E. Se pide:

- Calcular la carga P_e del límite elástico.
- Calcular la carga P_c del límite plástico.
- Cargar y descargar la estructura con $\frac{P_e+P_c}{2}$ obteniendo tensiones en cada etapa y obteniendo la posición final de la barra rígida.

| | | | | | | | |
|------------|---|------|------|----------|--------|-------|----|
| 05.09-ARAn | TP N° 09 – Análisis Elastoplástico - AEPlas | 0 | 2025 | 1 | Todos | Pág.: | 2 |
| TP N° | CARPETA – SUB-CARPETA – DENOMINACIÓN | REV. | AÑO | CUATRIM. | CURSOS | de: | 16 |

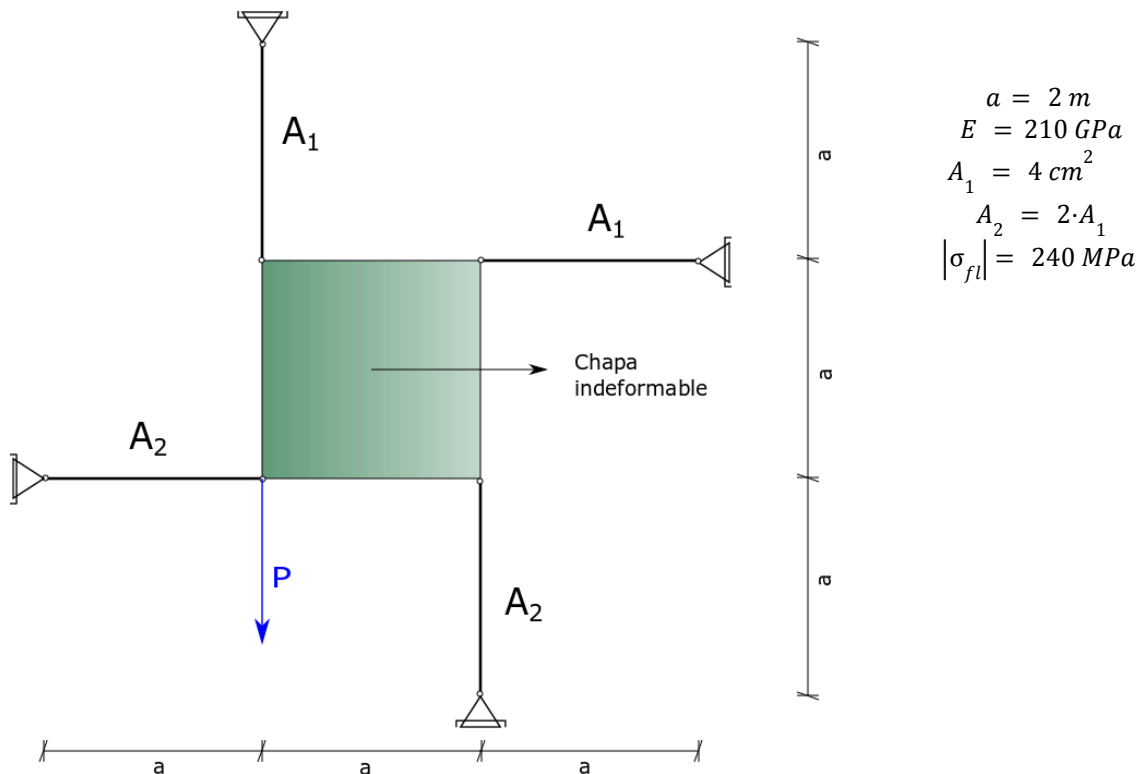


EJERCICIO N° 5:

Para el sistema de barras esquematizado en la figura se pide determinar:

- Carga máxima elástica P_e
- Carga máxima admisible frente al colapso P_c que puede soportar la estructura con una seguridad $p = 1.6$
- Suponiendo que el sistema se carga con $P^* = 1.20 P_e$, y luego se descarga totalmente, determinar los esfuerzos residuales, las tensiones residuales y deformaciones residuales en las barras =

DATOS:



| | | | | | | |
|------------|---|------|------|----------|--------|---------|
| 05.09-ARAn | TP N° 09 – Análisis Elastoplástico - AEPlas | 0 | 2025 | 1 | Todos | Pág.: 3 |
| TP N° | CARPETA – SUB-CARPETA – DENOMINACIÓN | REV. | AÑO | CUATRIM. | CURSOS | de: 16 |



TORSIÓN

EJERCICIO N° 6:

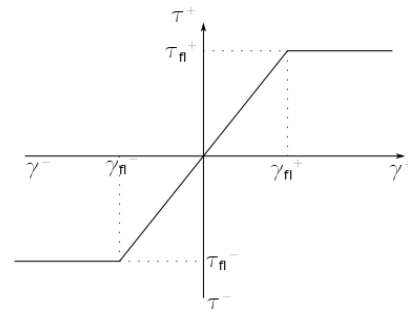
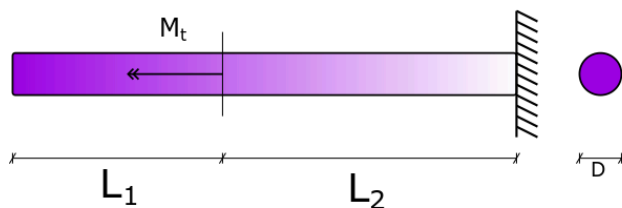
- Determinar el M_t que produce una penetración plástica con una profundidad $p = R/3$
- Determinar el M_t de colapso
- Si se descarga totalmente la pieza para el caso a) determinar la curvatura residual, y trazar el diagrama de tensiones tangenciales residuales
- Determinar el coeficiente de forma de torsión para la sección dada y trazar el diagrama Momento-Curvatura, tanto en carga como en descarga

DATOS:

Material Idem Ejercicio 1

$$D = 10 \text{ cm} \quad L_2 = L_1 + 2 \text{ m} \quad L_1 = 2 \text{ m} \quad |\tau_{fl}| = 120 \text{ MPa} \quad \mu = 0,30$$

NOTA: Indicar en todos los casos en la sección de análisis las solicitaciones y sus diagramas de tensiones y de deformaciones.

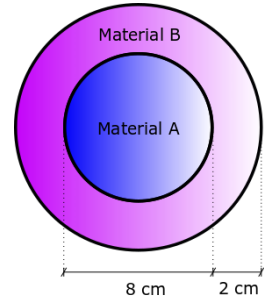


| | | | | | | |
|------------|---|------|------|----------|--------|---------|
| 05.09-ARAn | TP N° 09 – Análisis Elastoplástico - AEPlas | 0 | 2025 | 1 | Todos | Pág.: 4 |
| TP N° | CARPETA – SUB-CARPETA – DENOMINACIÓN | REV. | AÑO | CUATRIM. | CURSOS | de: 16 |



EJERCICIO N° 7: Un cilindro de material A ($\tau_{fl}^A = 160 \text{ MPa}$) de 8 cm de diámetro se encuentra dentro de un tubo de material B ($\tau_{fl}^B = 120 \text{ MPa}$) de 4 cm de espesor. Para los casos presentados calcular:

- El momento torsor que es necesario aplicar para que la fibra extrema del material B alcance la distorsión angular dada como dato.
- El diagrama de tensiones asociado al estado calculado
- Los diagramas de tensiones y deformaciones resultantes luego de la descarga de la estructura.



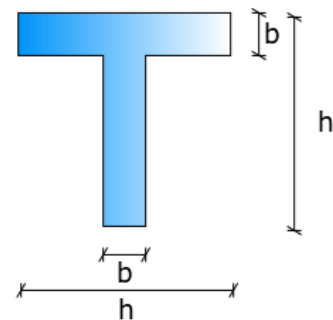
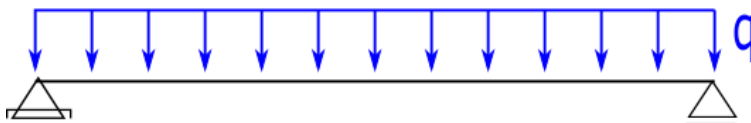
| | Ejercicio 5.01 | Ejercicio 5.02 |
|----------------|--------------------|--------------------|
| G_A [GPA] | 40 | 80 |
| G_B [GPA] | 80 | 30 |
| γ_{max} | 2×10^{-3} | 5×10^{-3} |



FLEXION SIMPLE

EJERCICIO N° 8:

- Dimensionar la viga de la figura a flexión en régimen elástico, trazando los diagramas de σ - ϵ para una carga de servicio dada ($q_{servicio}$).
- Calcular la carga q_e ó q_{fl} y el momento M_e (ó M_{fl} que inicia la plastificación).
- Si se produce una penetración plástica tal que se plastifica el 25% del ala, calcular q^* y M^* que las producen, y decir que plastificación se alcanzó.
- Calcular el momento M_p de plastificación total y la correspondiente q_p .
- Graficar para los casos anteriores la curva Momento-Curvatura.
- Cuál es la seguridad de la viga ante el colapso?
- Dimensionar la viga a flexión en régimen plástico con una seguridad ante el colapso $s_{p\ regl}$ que coincide numéricamente con s_{regl} y determinar la economía que se obtiene frente al ejercicio a).



DATOS:

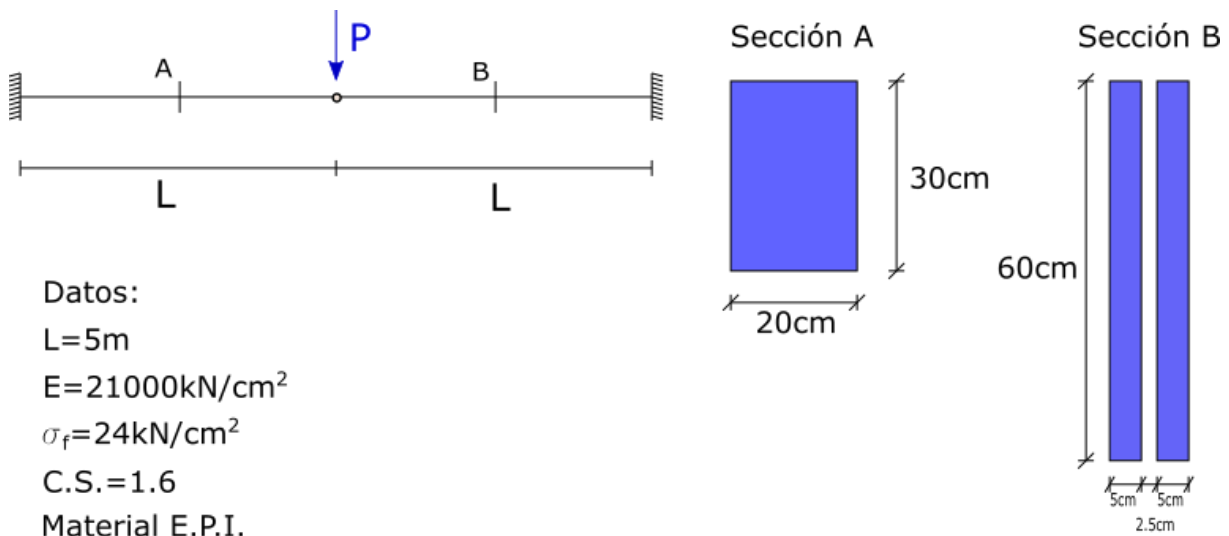
$$L = 4 \text{ m} \quad \frac{h}{b} = 10 \quad q_{servicio} = 1,25 \frac{\text{t}}{\text{m}} \quad C.S. = 1,6 \quad |\sigma_{fl}| = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

| | | | | | | |
|------------|---|------|------|----------|--------|---------|
| 05.09-ARAn | TP N° 09 – Análisis Elastoplástico - AEPlas | 0 | 2025 | 1 | Todos | Pág.: 6 |
| TP N° | CARPETA – SUB-CARPETA – DENOMINACIÓN | REV. | AÑO | CUATRIM. | CURSOS | de: 16 |



EJERCICIO N° 9:

Dada la siguiente estructura:



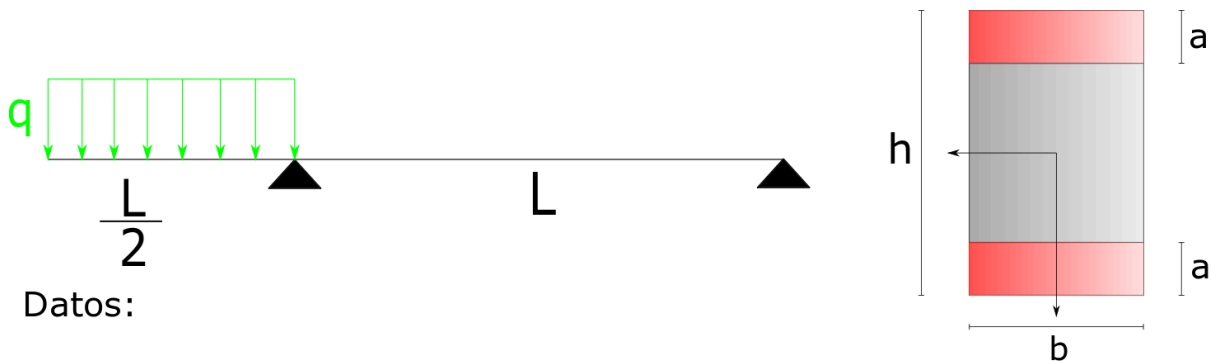
- .01. Calcular la carga P_{adm} y la curvatura en la sección que alcanza el máximo momento
- .02. Calcular la carga P_{el} y la curvatura en la sección que comienza a plastificar
- .03. Calcular la carga P_c , que produce el colapso de la estructura y la curvatura de la sección que plastifica totalmente
- .04. Calcular la penetración plástica y la curvatura en ambas secciones (la más solicitada en cada caso) para $\frac{P_{adm} + P_{el}}{2}$
- .05. Graficar todos los casos en un diagrama $M - \chi$

| | | | | | | |
|------------|---|------|------|----------|--------|---------|
| 05.09-ARAn | TP N° 09 – Análisis Elastoplástico - AEPlas | 0 | 2025 | 1 | Todos | Pág.: 7 |
| TP N° | CARPETA – SUB-CARPETA – DENOMINACIÓN | REV. | AÑO | CUATRIM. | CURSOS | de: 16 |



EJERCICIO N° 10:

Dada la siguiente viga de sección rectangular de Acero y platabandas de Aluminio, se pide:



Datos:

$L = 4 \text{ m}$ $h = 60 \text{ cm}$
 $d = 0,5 \text{ m}$ $b = 25 \text{ cm}$
 $a = 10 \text{ cm}$

Acero - $E = 200000 \text{ MPa}$ $\sigma_{fAcero} = 240 \text{ MPa}$
Aluminio - $E = 65000 \text{ MPa}$ $\sigma_{fAl} = 80 \text{ MPa}$

Para cada caso realizar el diagrama de tensiones y deformaciones, indicando los valores. Considerar material EPI.

- .01. Determinar la carga q , tal que el Aluminio alcance la tensión de fluencia en la interfaz.
- .02. Determinar la carga q , tal que el Acero alcance la tensión de fluencia en la interfaz.
- .03. Realizar la descarga para ambos casos, calcular las tensiones y deformaciones residuales.

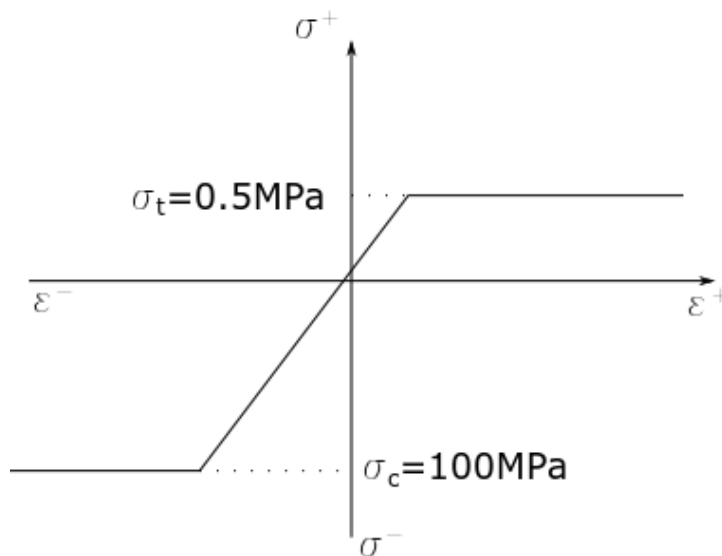
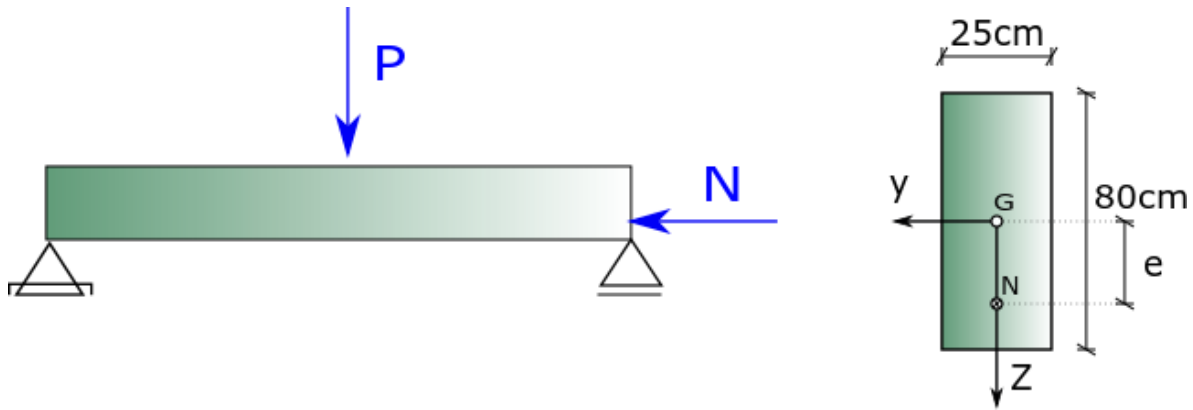
| | | | | | | |
|------------|---|------|------|----------|--------|---------|
| 05.09-ARAn | TP N° 09 – Análisis Elastoplástico - AEPlas | 0 | 2025 | 1 | Todos | Pág.: 8 |
| TP N° | CARPETA – SUB-CARPETA – DENOMINACIÓN | REV. | AÑO | CUATRIM. | CURSOS | de: 16 |



FLEXION COMPUESTA

EJERCICIO N° 11:

Para el material elasto-plástico ideal dado, previo trazado de diagramas características, determinar si es posible aplicar sobre la barra de la figura las fuerzas exteriores indicadas asegurándose el cumplimiento de la condición. En caso afirmativo calcule P.



DATOS:

Plastificación de la sección = 20%

$$N = 4 \cdot P$$

$$e = 0,25 \text{ m}$$

$$L = 8 \text{ m}$$

$$E = 20000 \text{ MPa}$$

| | | | | | | |
|------------|---|------|------|----------|--------|---------|
| 05.09-ARAn | TP N° 09 – Análisis Elastoplástico - AEPlas | 0 | 2025 | 1 | Todos | Pág.: 9 |
| TP N° | CARPETA – SUB-CARPETA – DENOMINACIÓN | REV. | AÑO | CUATRIM. | CURSOS | de: 16 |

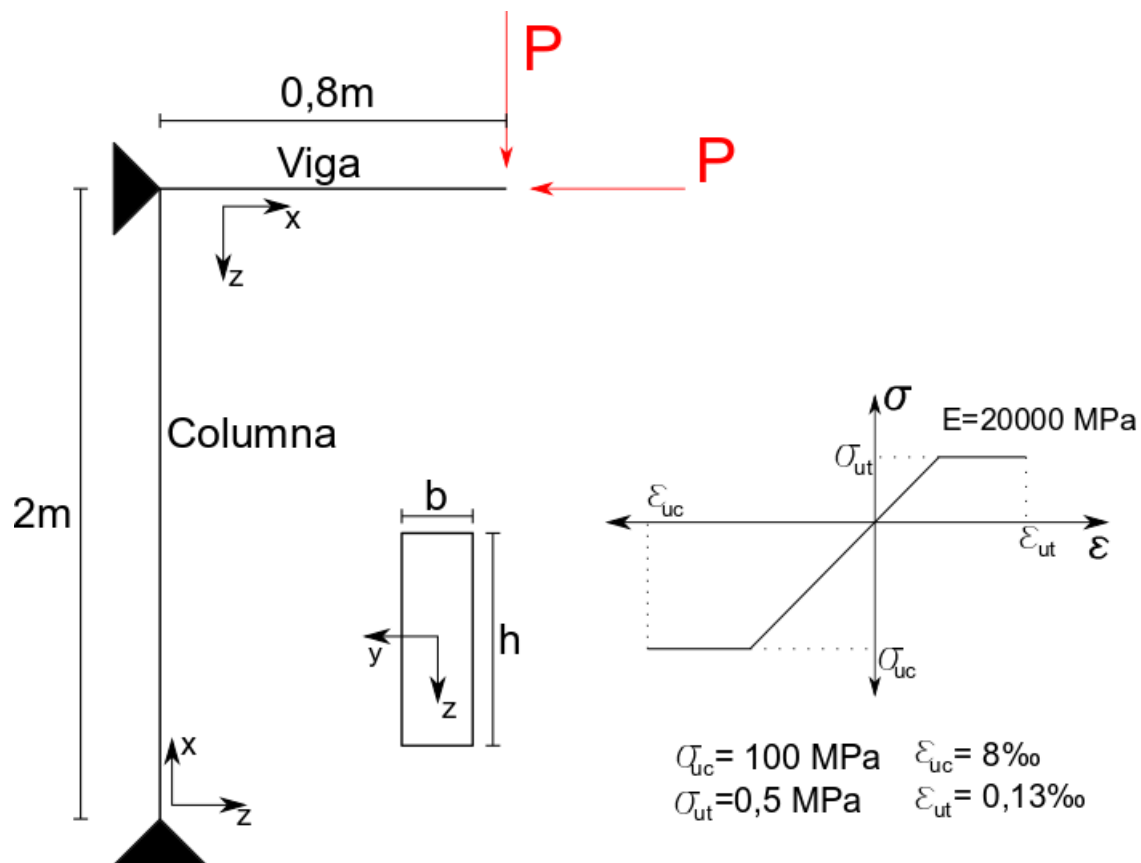


EJERCICIO N° 12:

Para la estructura que como esquema se indica a continuación y el material dado (elasto-plástico real), se pide:

- Determinar el valor de la fuerza exterior $P_{\text{última}}$ que pueda aplicarse sobre la estructura
- Para la sección analizada en el punto anterior, trazar los diagramas de tensiones y deformaciones.

DATOS: $b = 0,25 \text{ m}$ $h = 0,80 \text{ m}$



| | | | | | | |
|------------|---|------|------|----------|--------|----------|
| 05.09-ARAn | TP N° 09 – Análisis Elastoplástico - AEPlas | 0 | 2025 | 1 | Todos | Pág.: 10 |
| TP N° | CARPETA – SUB-CARPETA – DENOMINACIÓN | REV. | AÑO | CUATRIM. | CURSOS | de: 16 |



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE ESTABILIDAD



RESISTENCIA DE MATERIALES – B037 / ESTABILIDAD II – 84.03

EJERCICIO N° 13:

Para la sección rectangular de 20x50, correspondiente al tipo de material dado y con las características que se proporcionan se pide:

- .01. Dibujar el diagrama $\sigma - \epsilon$ incorporando todos los datos proporcionados
- .02. Completar el diagrama de deformaciones, indicando los valores característicos y calcular la curvatura de flexión
- .03. Trazar los diagramas de tensiones, indicando los valores característicos
- .04. Calcular los esfuerzos internos indicando el tipo de sollicitación a la que está sometida la sección
- .05. Descargar la sección trazando los diagramas de deformaciones y de tensiones de flexión en la descarga
- .06. Finalmente, trazar los diagramas de tensiones y deformaciones residuales, calculando la curvatura de flexión residual.

DATOS GENERALES:

$$\begin{aligned} \epsilon_f^t = \epsilon_f^+ &= 0,3\% & \epsilon_f^c = \epsilon_f^- &= 0,2\% \\ \epsilon_{ult}^t = \epsilon_{ult}^+ &= 0,5\% & \epsilon_{ult}^c = \epsilon_{ult}^- &= 0,35\% \\ E^T = E^+ = E^C = E^- &= 8000 \frac{kN}{cm^2} \end{aligned}$$

Datos del plano de deformación:

$$\begin{aligned} \epsilon^+ &= 0,15\% & \text{En } z=25 \text{ cm desde } G \text{ hacia las fibras superiores} \\ \epsilon^- &= 0,35\% \end{aligned}$$

En $z=15 \text{ cm}$ desde G hacia las fibras inferiores

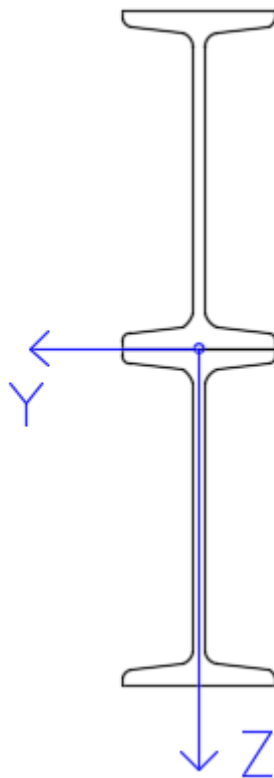
| | | | | | | |
|------------|---|------|------|----------|--------|----------|
| 05.09-ARAn | TP N° 09 – Análisis Elastoplástico - AEPlas | 0 | 2025 | 1 | Todos | Pág.: 11 |
| TP N° | CARPETA – SUB-CARPETA – DENOMINACIÓN | REV. | AÑO | CUATRIM. | CURSOS | de: 16 |



Ejercicio N°14:

Para la sección de la figura compuesta por dos perfiles IPN 200 unidos solidariamente, de los cuales se conoce la deformación específica longitudinal de la fibra superior e inferior se pide:

- Determinar las solicitaciones externas actuantes en la estructura para generar las deformaciones dadas
- Determinar la posición del centro de presiones.
- Descargar la estructura y trazar el diagrama de tensiones y deformaciones residuales.



DATOS:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{sup} &= 3\varepsilon_f \\ \varepsilon_{inf} &= -\varepsilon_f\end{aligned}$$

$$E^T = 20.000 \frac{kN}{cm^2}$$

IPN 200
Acero F24

| | | | | | | |
|------------|---|------|------|----------|--------|---------|
| 05.09-ARAn | TP N° 09 – Análisis Elastoplástico - AEPlas | 0 | 2025 | 1 | Todos | Pág.: 2 |
| TP N° | CARPETA – SUB-CARPETA – DENOMINACIÓN | REV. | AÑO | CUATRIM. | CURSOS | de: 16 |

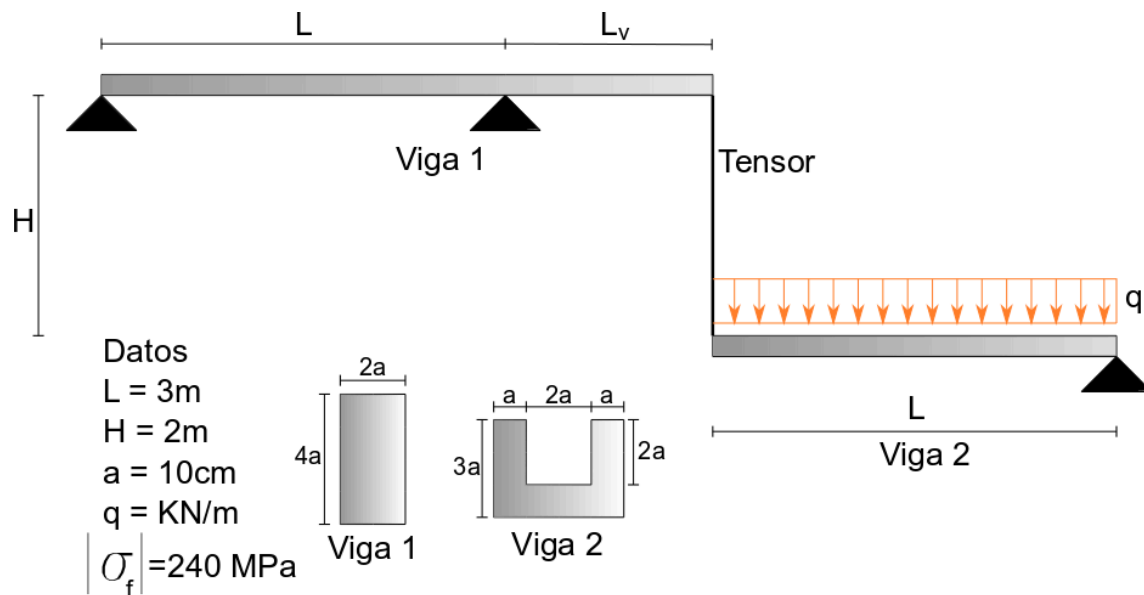


COMBINADOS

EJERCICIO N° 15:

Dada la siguiente estructura de material EPI, se pide:

01. Calcular los momentos últimos que puede soportar cada una de las vigas.
02. Calcular la longitud de voladizo L_v , de forma tal que ambas secciones plastifiquen simultáneamente.
03. Calcular el área y diámetro del tensor T mínimos para que plastifique simultáneamente con las secciones 1 y 2.



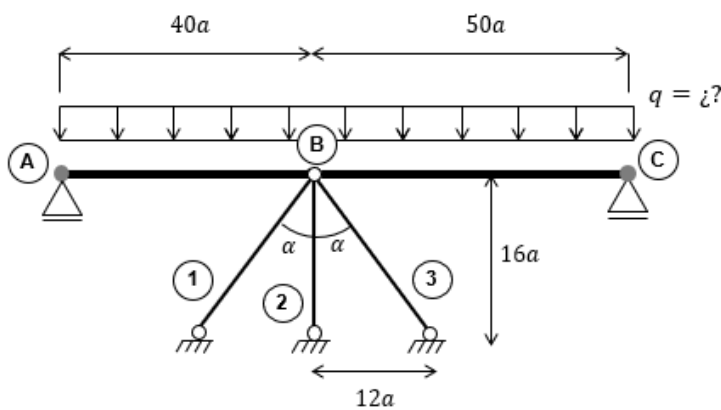
| | | | | | | |
|------------|---|------|------|----------|--------|---------|
| 05.09-ARAn | TP N° 09 – Análisis Elastoplástico - AEPlas | 0 | 2025 | 1 | Todos | Pág.: 2 |
| TP N° | CARPETA – SUB-CARPETA – DENOMINACIÓN | REV. | AÑO | CUATRIM. | CURSOS | de: 16 |



Ejercicio N°16:

Para la estructura de la figura se pide determinar:

- a. La carga q que corresponde al limite elástico de la estructura
- b. La carga q que genera el colapso de la estructura



Datos:

$$\sigma_{fl} = 24 \frac{kN}{cm^2}$$

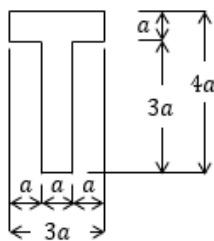
$$a = 3cm$$

Barras:

$$F_1 = F_3 = 0,25 \cdot a^2$$

$$F_2 = 0,40 \cdot a^2$$

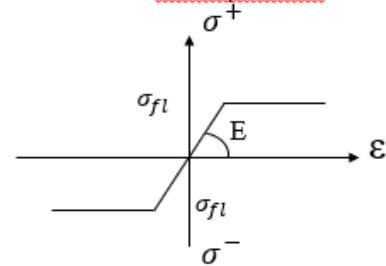
Tramo AB



Tramo BC



Material elastoplástico ideal



| | | | | | | |
|------------|---|------|------|----------|--------|---------|
| 05.09-ARAn | TP N° 09 – Análisis Elastoplástico - AEPlas | 0 | 2025 | 1 | Todos | Pág.: 3 |
| TP N° | CARPETA – SUB-CARPETA – DENOMINACIÓN | REV. | AÑO | CUATRIM. | CURSOS | de: 16 |



Ejercicio N°17:

La barra de sección anular de la figura, posee un extremo empotrado y el otro se encuentra sujeto mediante una barra rígida horizontal y un par de bielas en los extremos. Considerar un material elastoplástico ideal.

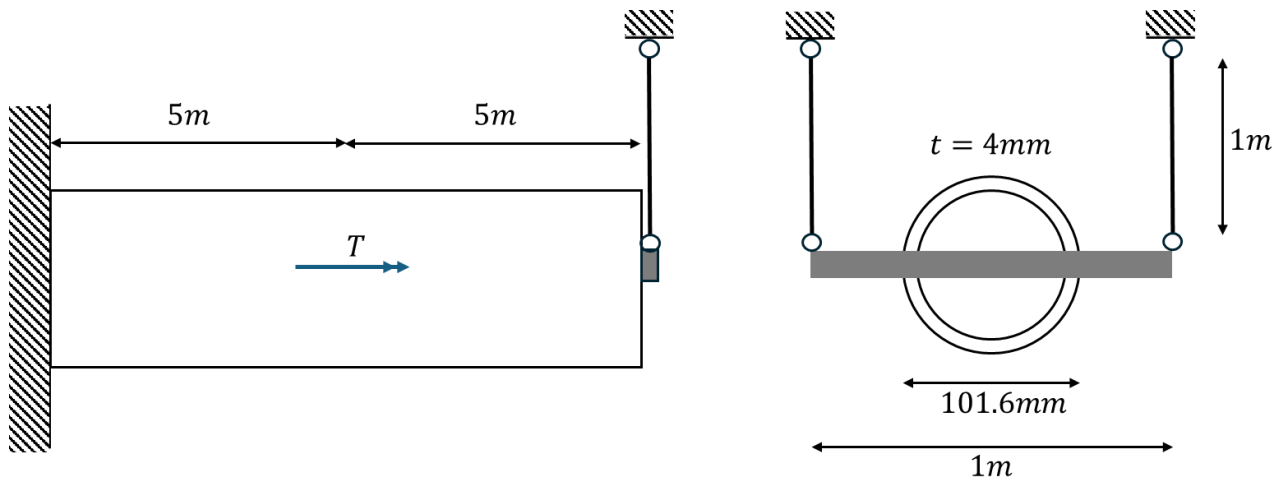
$$\sigma_{fl} = 240 \text{ MPa}$$

$$E = 210 \text{ GPa}$$

$$\tau_{fl} = 240 \text{ MPa}$$

$$G = 85 \text{ GPa}$$

- Determinar el momento que genere el colapso de la estructura.
- Aplicado dicho momento, realizar la descarga y determinar los esfuerzos, tensiones y deformaciones residuales.



| | | | | | | |
|------------|---|------|------|----------|--------|---------|
| 05.09-ARAn | TP N° 09 – Análisis Elastoplástico - AEPlas | 0 | 2025 | 1 | Todos | Pág.: 4 |
| TP N° | CARPETA – SUB-CARPETA – DENOMINACIÓN | REV. | AÑO | CUATRIM. | CURSOS | de: 16 |