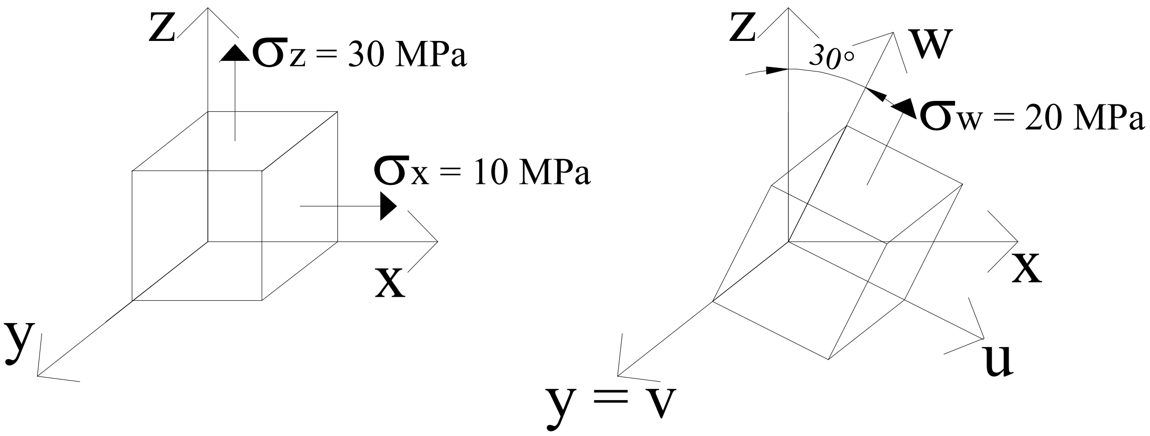
En un punto de un sólido continuo, solicitado por dos estados de carga, se producen estados de tensiones diferentes, los cuales se refieren a ternas distintas, según lo que se observa en el esquema adjunto:



DATOS: E = 200.000 MPa μ = 0,25

Se deberá:

1. Determinar las tensiones y direcciones principales del Estado de Tensión que resulta de la aplicación simultanea de ambos estados de carga, con referencia a la terna x, y, z.
2. Dibujar el cubo elemental con las tensiones principales con referencia a la terna x, y,z.
3. Determinar las tensiones tangenciales máximas y mínimas para el haz de planos cuyo eje sostén es Y, y los planos donde dichas tensiones actúan, así como las tensiones normales asociadas a dichos planos, mediante la construcción de Mohr.
4. Calcular las deformaciones en las direcciones **u**, **v** y **w** para el estado resultante (suma de ambos estados de carga).
   Graficar los resultados
5. Verificar los resultados del punto 4, utilizando la Circunferencia de Mohr de Deformaciones

---

1. Determinar las tensiones y direcciones principales del estado de tensión que resulta de la aplicación simultanea de ambos estados de carga, con referencia a la terna x,y,z.

$$T_2 := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \end{pmatrix} \qquad E := 200000 \qquad \mu := 0.25 \qquad G := \frac{E}{2(1+\mu)} = 8 \times 10^4$$

$$n_x := \begin{pmatrix} \cos(30°) \\ \cos(90°) \\ \cos(60°) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.866 \\ 0 \\ 0.5 \end{pmatrix} \qquad \rho_x := T_2 \cdot n_x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix} \qquad \sigma_x := \rho_x \cdot n_x = 5$$

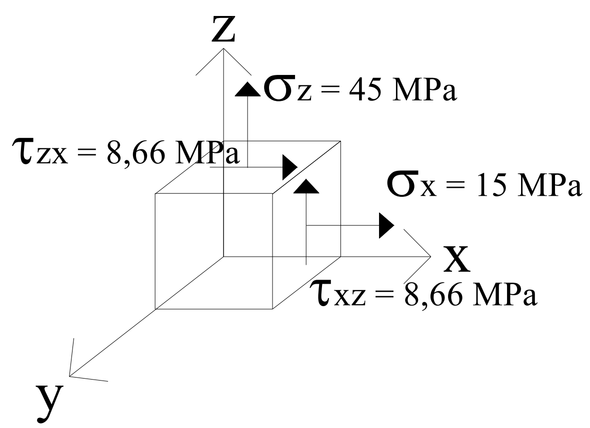
$$n_y := \begin{pmatrix} \cos(90°) \\ \cos(0°) \\ \cos(90°) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \tau_{xy} := \rho_x \cdot n_y = 0 \qquad M := \begin{pmatrix} 0.866 & 0 & 0.5 \\ 00 & 1 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0.866 \end{pmatrix}$$

$$n_z := \begin{pmatrix} -\cos(60°) \\ \cos(0°) \\ \cos(30°) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ 1 \\ 0.866 \end{pmatrix} \qquad \tau_{xz} := \rho_x \cdot n_z = 8.66 \qquad T_{II} := M \cdot T_2 \cdot M^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 8.66 \\ 0 & 0 & 0 \\ 8.66 & 0 & 15 \end{pmatrix}$$

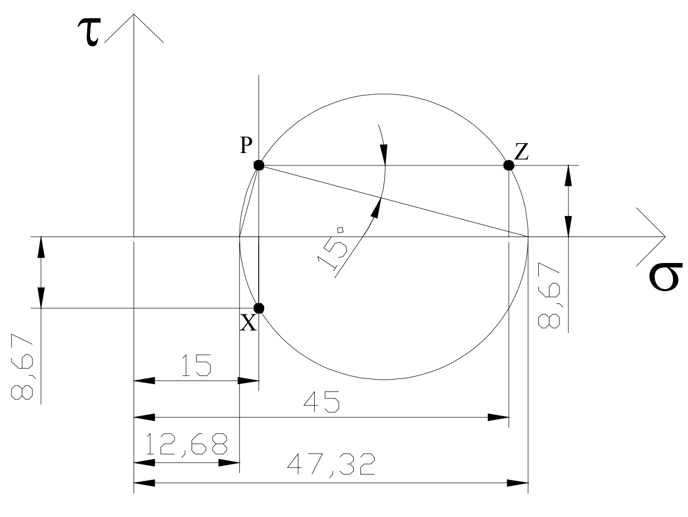
$$\rho_z := T_2 \cdot n_z = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 17.321 \end{pmatrix} \qquad \sigma_z := \rho_z \cdot n_z = 15 \qquad \tau_{zx} := \rho_z \cdot n_x = 8.66$$

$$\tau_{zy} := \rho_z \cdot n_y = 1.061 \times 10^{-15}$$

$$T_I := \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \end{pmatrix} \qquad T_{II} := \begin{pmatrix} 5 & 0 & 8.66 \\ 0 & 0 & 0 \\ 8.66 & 0 & 15 \end{pmatrix} \qquad T_I + T_{II} = \begin{pmatrix} 15 & 0 & 8.66 \\ 0 & 0 & 0 \\ 8.66 & 0 & 45 \end{pmatrix}$$

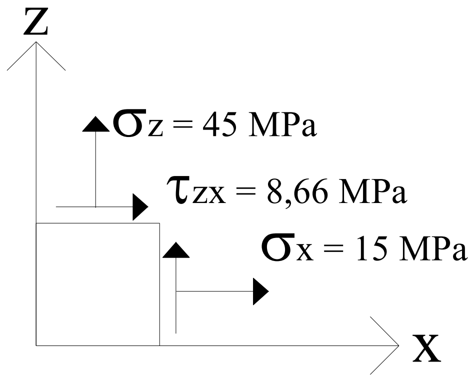


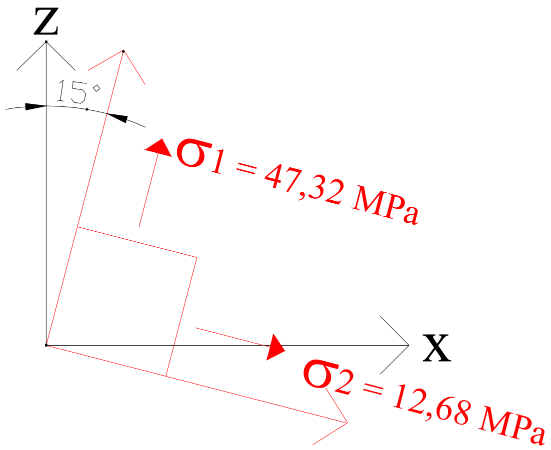
$$\mathrm{eigenvals}(T_I + T_{II}) = \begin{pmatrix} 12.68 \\ 47.32 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{eigenvecs}(T_I + T_{II}) = \begin{pmatrix} -0.966 & -0.259 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0.259 & -0.966 & 0 \end{pmatrix}$$



$$\mathrm{eigenvec}(T_I + T_{II}, 47.32) = \begin{pmatrix} 0.259 \\ 0 \\ 0.966 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{acos}(0.259) = 74.989 \cdot \mathrm{deg} \qquad \mathrm{acos}(0.966) = 14.984 \cdot \mathrm{deg}$$

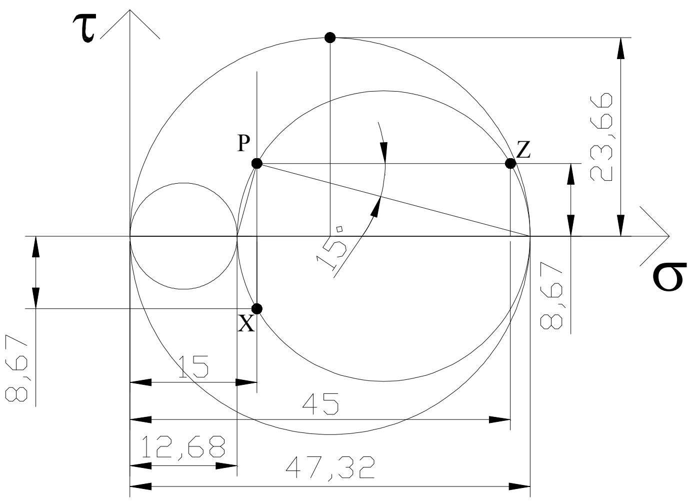
2 . Dibujar el cubo elemental con las tensiones principales con referencia a la terna x,y,z.





3. Determinar la tensión tangencial máxima y minima para el haz de planos cuyo eje sosten es Y,y los planos donde dichas tensiones actúan, así como las tensiones normales asociadas a dichos planos, mediante la construcción de Mohr.

$\sigma_1 := 47.32$ $\quad\quad$ $\sigma_2 := 12.68$ $\quad\quad$ $\tau_{max} := \dfrac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = 17.32$



4. Calcular las deformaciones en las direcciones u, v, w para el estado resultante
Graficar los resultados

$$\varepsilon_x := \frac{15}{E} - \mu\cdot\frac{45}{E} = 1.875\times10^{-5} \qquad \varepsilon_z := \frac{45}{E} - \mu\cdot\frac{15}{E} = 2.063\times10^{-4}$$

$$\gamma_{xz} := \frac{8.66}{G} = 1.083\times10^{-4} \qquad \varepsilon_y := -\mu\frac{45}{E} - \mu\cdot\frac{15}{E} = -7.5\times10^{-5}$$

$$T_D := \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & \frac{\gamma_{xz}}{2} \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ \frac{\gamma_{xz}}{2} & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.875\times10^{-5} & 0 & 5.412\times10^{-5} \\ 0 & -7.5\times10^{-5} & 0 \\ 5.412\times10^{-5} & 0 & 2.063\times10^{-4} \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{eigenvals}(T_D) = \begin{pmatrix} 4.248\times10^{-6} \\ 2.208\times10^{-4} \\ -7.5\times10^{-5} \end{pmatrix}$$

$$n_v := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \varepsilon_v := T_D\cdot n_v = \begin{pmatrix} 0 \\ -7.5\times10^{-5} \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \varepsilon_{vv} := \varepsilon_v\cdot n_v = -7.5\times10^{-5}$$

$$\varepsilon_{vt} := n_v \times \varepsilon_v \times n_v = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$n_w := \begin{pmatrix} \cos(60°) \\ \cos(90°) \\ \cos(30°) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \\ 0.866 \end{pmatrix} \qquad \varepsilon_w := T_D\cdot n_w = \begin{pmatrix} 5.625\times10^{-5} \\ 0 \\ 2.057\times10^{-4} \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_{ww} := \varepsilon_w\cdot n_w = 2.062\times10^{-4}$$

$$\gamma_w := n_w \times \varepsilon_w = \begin{pmatrix} 0 \\ -5.413\times10^{-5} \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \varepsilon_{wt} := n_w \times \varepsilon_w \times n_w = \begin{pmatrix} -4.688\times10^{-5} \\ 0 \\ 2.706\times10^{-5} \end{pmatrix}$$

$$|\varepsilon_{wt}| = 5.413\times10^{-5}$$

$$n_u := \begin{pmatrix} \cos(30°) \\ \cos(90°) \\ -\cos(60°) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.866 \\ 0 \\ -0.5 \end{pmatrix} \qquad \varepsilon_u := T_D\cdot n_u = \begin{pmatrix} -1.082\times10^{-5} \\ 0 \\ -5.625\times10^{-5} \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_{uu} := \varepsilon_u\cdot n_u = 1.875\times10^{-5}$$

$$\gamma_u := n_u \times \varepsilon_u = \begin{pmatrix} 0 \\ 5.413 \times 10^{-5} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_{ut} := n_u \times \varepsilon_u \times n_u = \begin{pmatrix} -2.706 \times 10^{-5} \\ 0 \\ -4.688 \times 10^{-5} \end{pmatrix}$$

$$\gamma_{wu} := \gamma_w - \gamma_u = \begin{pmatrix} 0 \\ -1.083 \times 10^{-4} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left|\varepsilon_{ut}\right| = 5.413 \times 10^{-5}$$