Coloquio de Señales y Sistemas (66.74 y 86.05)

22 de Diciembre de 2014

Aclaración: Todos los desarrollos deben estar debidamente justificados. Aquellos desarrollos que no tengan una justificación clara en cada uno de sus pasos no serán válidos. Se pide también prolijidad y letra clara. Para aprobar es necesario probar conocimiento en todos los ejercicios. Si un ejercicio no se aborda el exámen no será aprobado aunque los otros ejercicios estén resueltos adecuadamente. Aclare en esta misma hoja nombre, padrón, cuatrimestre y práctica en que cursó la materia.

1. Considere un sistema LTI cuya respuesta al impulso vale

$$h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] + \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$$

La entrada a este sistema es una señal $x[n]$ que es cero para $n < 0$ pero puede ser distinta de cero para $n \leq 0$.

a) Determine la ecuación en diferencias que permite obtener la señal $y[n]$ a una entrada $x[n]$.

b) Se desea computar la salida $y[n]$ a dicha entrada para $n = 0, 1, \ldots, 1000$. Determine la respuesta al impulso $\tilde{h}[n]$ del sistema FIR de mínimo tamaño cuya salida $\tilde{y}[n]$ es igual a $y[n]$ para $n = 0, 1, \ldots, 1000$.

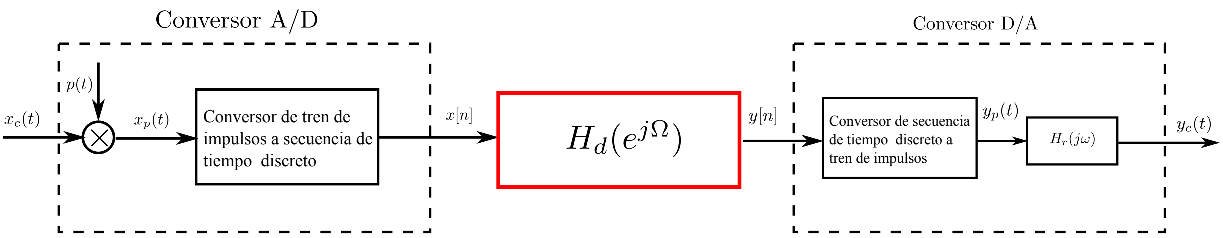
c) Determine la ecuación en diferencias del filtro FIR del punto anterior.

d) Compare la complejidad computacional en términos de sumas y multiplicaciones del resultado de obtener $y[n]$ para $n = 0, 1, \ldots, 1000$ usando la ecuación en diferencias del punto a) y del c).

2. Considere una señal de tiempo continuo dada por $s_c(t)$ de banda limitada a W. La señal $s_c(t)$ resulta de una señal de habla captada por un micrófono que posee un eco de si misma:

$$s_c(t) = x_c(t) + \beta x_c(t - \tau)$$

donde $|\beta| < 1$ es un coeficiente que tiene en cuenta la atenuación sufrida por el eco y $\tau > 0$ es el retardo sufrido por el eco. Dicha señal es procesada por el sistema de la figura donde $H_r(j\omega)$ es el



filtro pasa-bajos ideal con ganancia T y frecuencia de corte igual a $\omega_c = \frac{\pi}{T}$ donde T es el periodo de muestreo usado.

a) Determine, T y un sistema de tiempo discreto adecuado $H_d(e^{j\Omega})$ que permita obtener a la salida la señal sin el eco, es decir $y_c(t) = x_c(t)$.

b) Es el sistema de tiempo discreto del punto anterior realizable mediante una ecuación en diferencias? En caso contrario diseñe de nuevo el sistema para que lo sea.

3. Sea una señal $x[n] = u[n]$. Sea el siguiente sistema estable:

$$H(z) = \frac{1}{1 - \frac{3}{4}z^{-1} + \frac{1}{8}z^{-2}}$$

La salida al sistema es $y[n]$. Se desea encontrar la salida del sistema para $n = 0, 1, 2$ usando unicamente operaciones con la DFT.

a) Suponga que se muestrea $H(z)$ sobre el círculo unitario en tres puntos (en forma equiespaceada). El vector de puntos obtenido se denomina $H[k]$, $k = 0, 1, 2$. Luego se multiplica dicho vector con la DFT de $\tilde{x}[n] = x[n]$ para $n = 0, 1, 2$ y cero para otro n. De dicho producto obtenemos $\tilde{Y}[k]$. Luego se calcula la IDFT obteniendo $\tilde{y}[n]$. Indicar si es cierto que

$$\tilde{y}[n] = y[n] \quad n = 0, 1, 2$$

En caso de ser cierto justifique detalladamente. En caso de ser falso diseñe una forma de obtener lo deseado usando DFT e IDFT de tamaños correctos, e indicando (si es necesario) los vectores de correspondientes que considera para formar $H[k]$, $\tilde{x}[n]$, etc. Explique detalladamente el procedimiento propuesto.

b) Repita el caso anterior cuando el sistema LTI a considerar es $\frac{1}{H(z)}$.