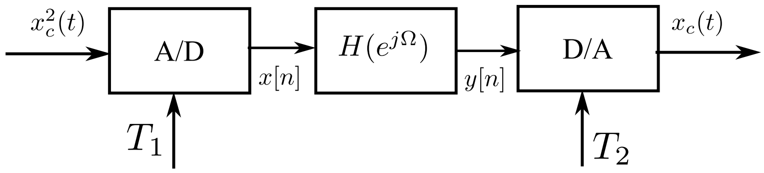
Parcial de Señales y Sistemas (66.74 y 86.05) (1era oportunidad)

26 de Octubre de 2015

Aclaración: Todos los desarrollos deben estar debidamente justificados. Aquellos desarrollos que no tengan una justificación clara en cada uno de sus pasos no serán válidos. Se pide también prolijidad y letra clara. Para aprobar es necesario probar conocimiento en todos los ejercicios. Si un ejercicio no se aborda el parcial no será aprobado aunque los otros ejercicios estén resueltos adecuadamente. Aclare en esta misma hoja nombre, padrón y práctica en la que cursa la materia.

1. Considere un sistema LTI que dada una entrada $x(t)$ tiene una salida $y(t)$ que obedece a la siguiente relación:
$$y(t) = \int_{-\infty}^{t-\beta} e^{-\alpha(t-\tau)} x(\tau - 3) d\tau$$
   a) Encuentre la respuesta al impulso del sistema.
   b) Cómo deben ser α, β para que el sistema sea estable y causal?
   c) Asuma que $\alpha = 1$. Si la entrada al sistema es $x(t) = \frac{1}{2}\ \forall t$, y la salida es $y(t) = \frac{1}{2}\ \forall t$, determine el valor de β necesario para lograr esto.

2. Considere la siguiente señal
$$X_c(j\omega) = u[\omega + \omega_0] - u[\omega - \omega_0]$$



   donde el sistema $H(e^{j\Omega})$ es un filtro LTI de tiempo discreto.
   a) Determine el valor mínimo de la frecuencia de muestreo de forma tal que $x[n]$ sea una representación sin aliasing de $x_c^2(t)$.
   b) Determine valores de T_1, T_2 y $H(e^{j\Omega})$ de forma tal que la salida del sistema es $x_c(t)$. Hint: Considere que para lograr lo que se pide podría ser necesario muestrear con aliasing.

3. Considere las siguientes señales periódicas:
$$\tilde{x}_1[n] = \begin{cases} 0 & 0 \leq n \leq 15 \\ -1 & 16 \leq n \leq 31 \\ 1 & 32 \leq n \leq 63 \end{cases}$$
   con período $N = 64$ y $\tilde{x}_2[n] = \sin\left(\frac{2\pi}{8}n\right)$. Esta señal tiene periodo $N = 8$ aunque también se puede considerar que tiene periodo $N = 64$.
   a) Considere las señales no periodicas $x_1[n]$ y $x_2[n]$ que surgen de tomar un periodo de las señales $\tilde{x}_1[n]$ y $\tilde{x}_2[n]$ (y definirlas como cero fuera de dicho intervalo). Calcule la DFT para ambas señales. Encuentre expresiones compactas y explique claramente las propiedades usadas.
   b) Determine la convolución periódica entre las señales originales $\tilde{x}_1[n]$ y $\tilde{x}_2[n]$. Justifique cuidadosamente su desarrollo.