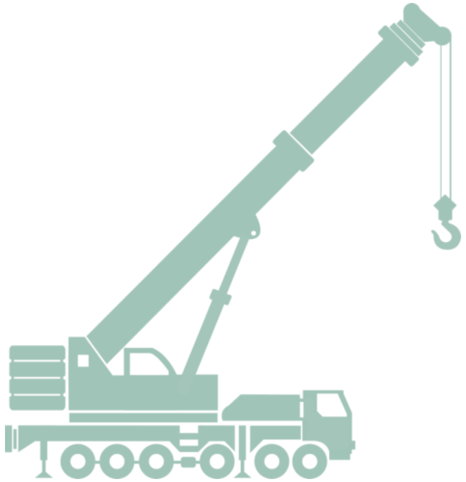
TB036 Estática – Curso 2

Principios de la Estática
Sistemas de Fuerzas Concentradas
Fuerzas Distribuidas



Universidad de Buenos Aires - Facultad de Ingeniería

Departamento de Estabilidad

Estática = Equilibrio

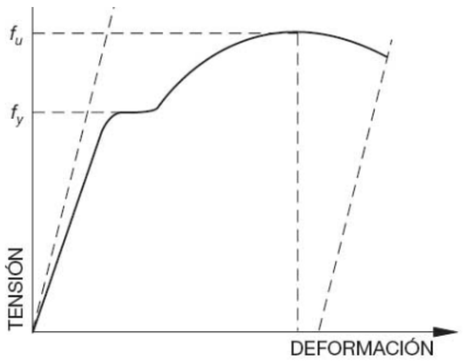
Hipótesis de la Estática:

Cuerpos rígidos: la distancia entre 2 puntos se mantiene invariable

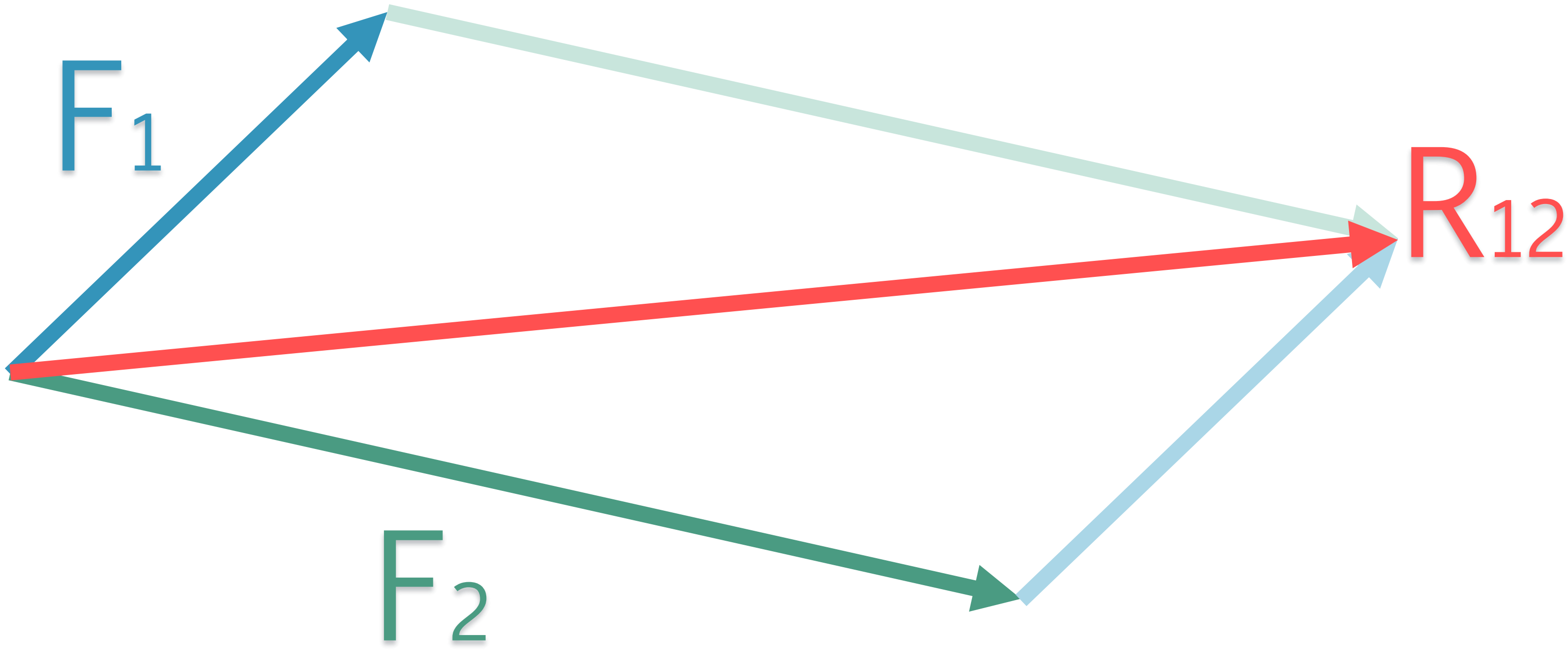
Linealidad Geométrica:

- Linealidad cinemática: pequeños desplazamientos.
- Linealidad estática: equilibrio en posición no deformada.

Linealidad del Material:



Principio del Paralelogramo

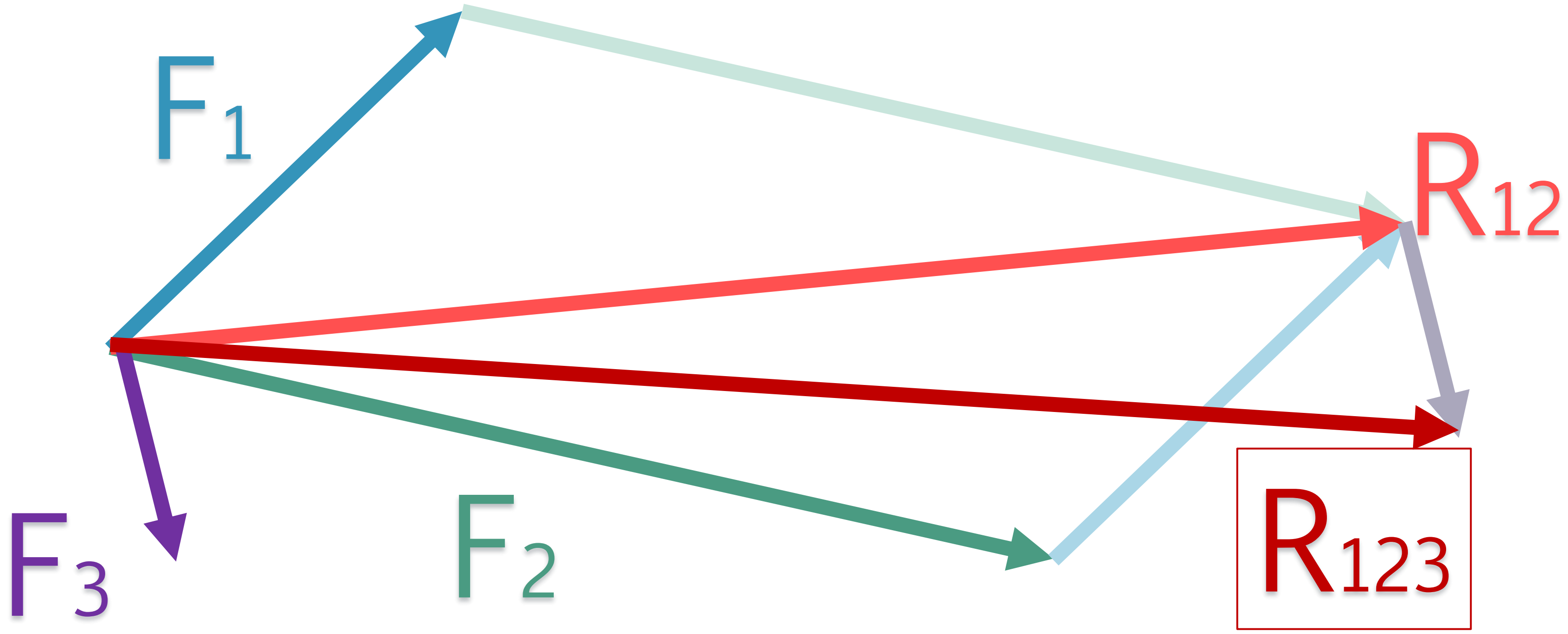


Qué hicimos?

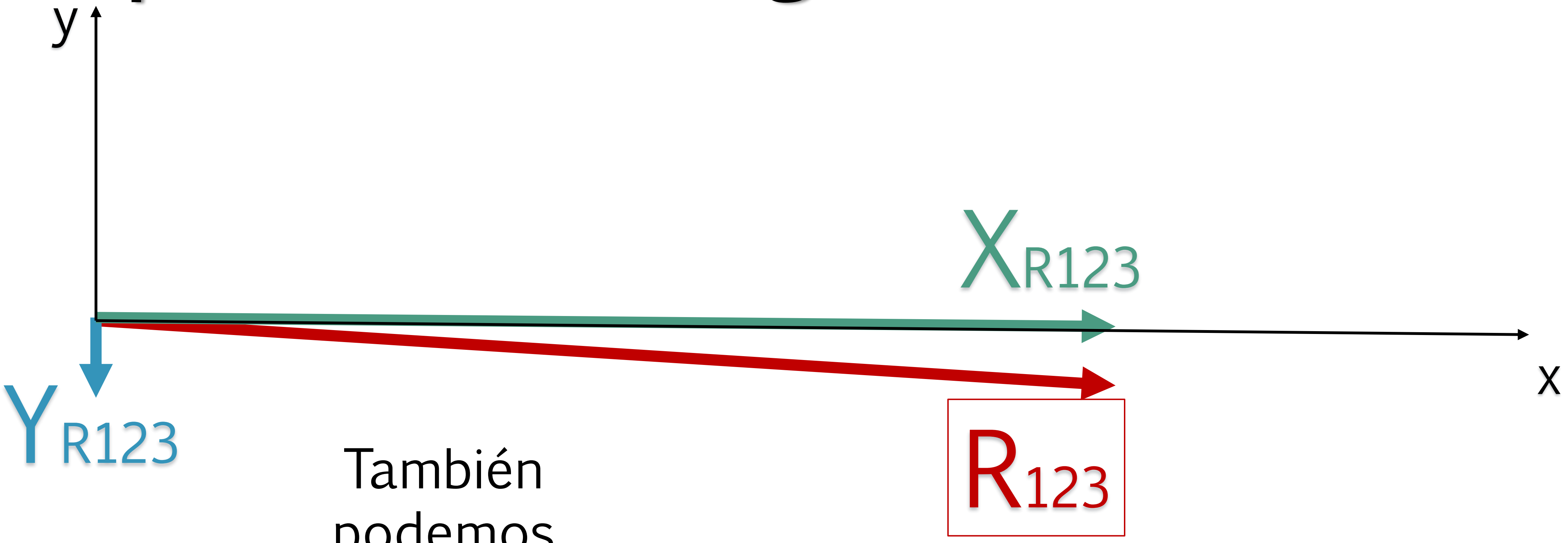
Compusimos Fuerzas Concurrentes!

Principio del Paralelogramo

Y si tenemos otra fuerza más?



Principio del Paralelogramo



También podemos descomponer!

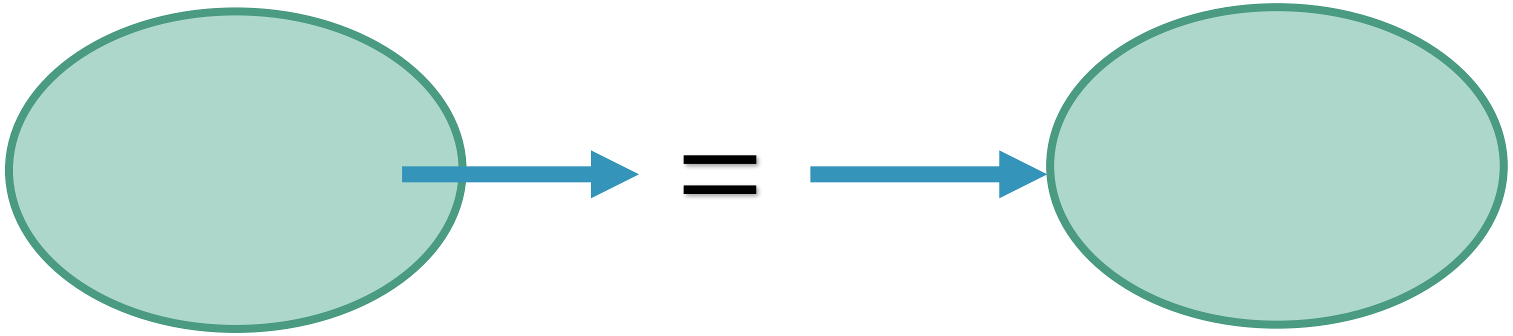
Principio del Equilibrio

1° Ley de Newton

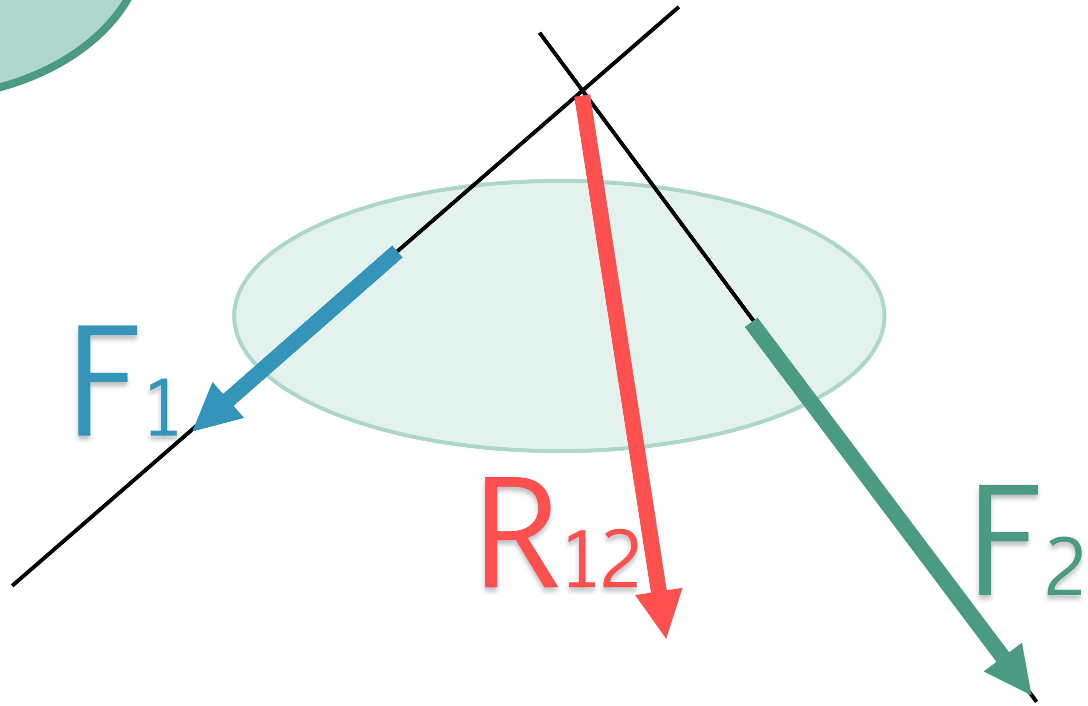
Un objeto en reposo permanece en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme, a menos que una fuerza externa neta actúe sobre él.

$$\sum F = 0 \quad \Rightarrow \quad R = 0 \quad \Rightarrow \quad R_x = 0, \quad R_y = 0, \quad R_z = 0$$

Principio de la Transmisibilidad



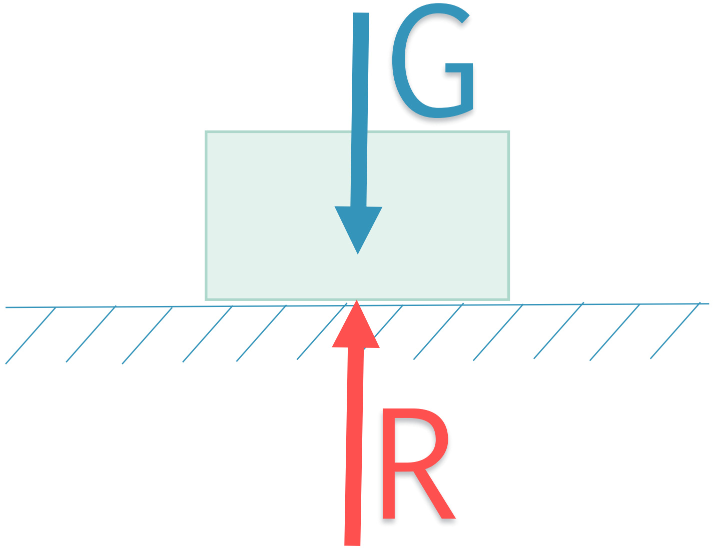
El Efecto Estático Global de una Fuerza sobre un cuerpo es independiente del punto de aplicación.



Principio de Acción y Reacción

3ra Ley de Newton:

Si un cuerpo actúa sobre otro con una fuerza (acción), éste reacciona con otra fuerza de igual valor y dirección, pero de sentido contrario (reacción).



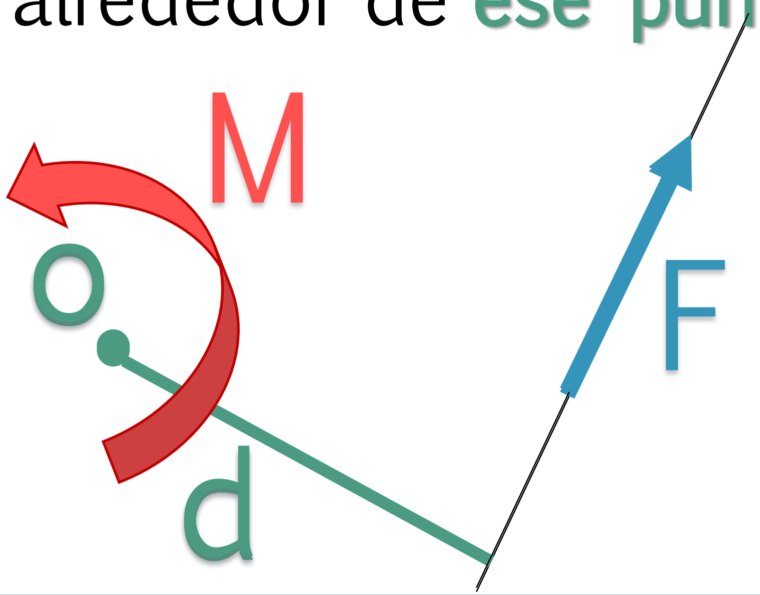
Momento respecto a un punto

¿Qué es?

El MOMENTO de una FUERZA respecto a un PUNTO es la tendencia de esa fuerza a hacer girar un cuerpo alrededor de ese punto.

¿Cómo se calcula?

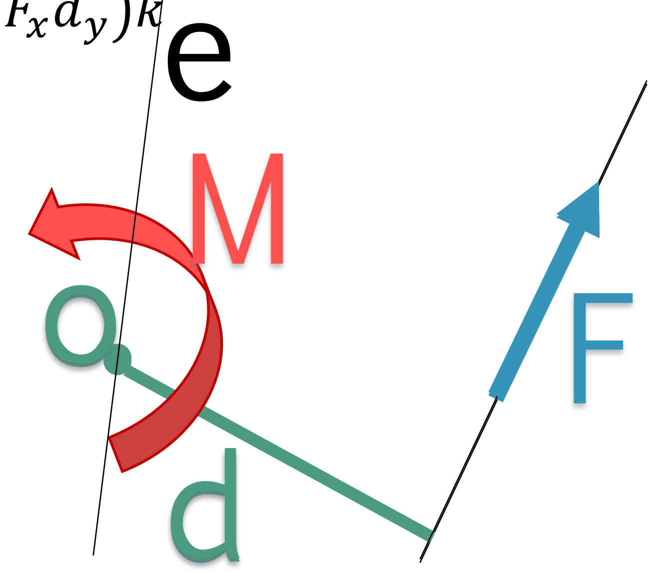
$$\bar{M}_{F,o} = \bar{d} \times \bar{F}$$



Momento respecto a un eje

Proyección sobre dicho eje del momento de la misma fuerza respecto de un punto cualquiera del eje.

$$\bar{M}_{F,o} = (\bar{d} \times \bar{F}) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ d_x & d_y & d_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = (F_z d_y - F_Y d_z)\check{\imath} + (F_x d_z - F_z d_x)\check{\jmath} + (F_y d_x - F_x d_y)\check{k}$$

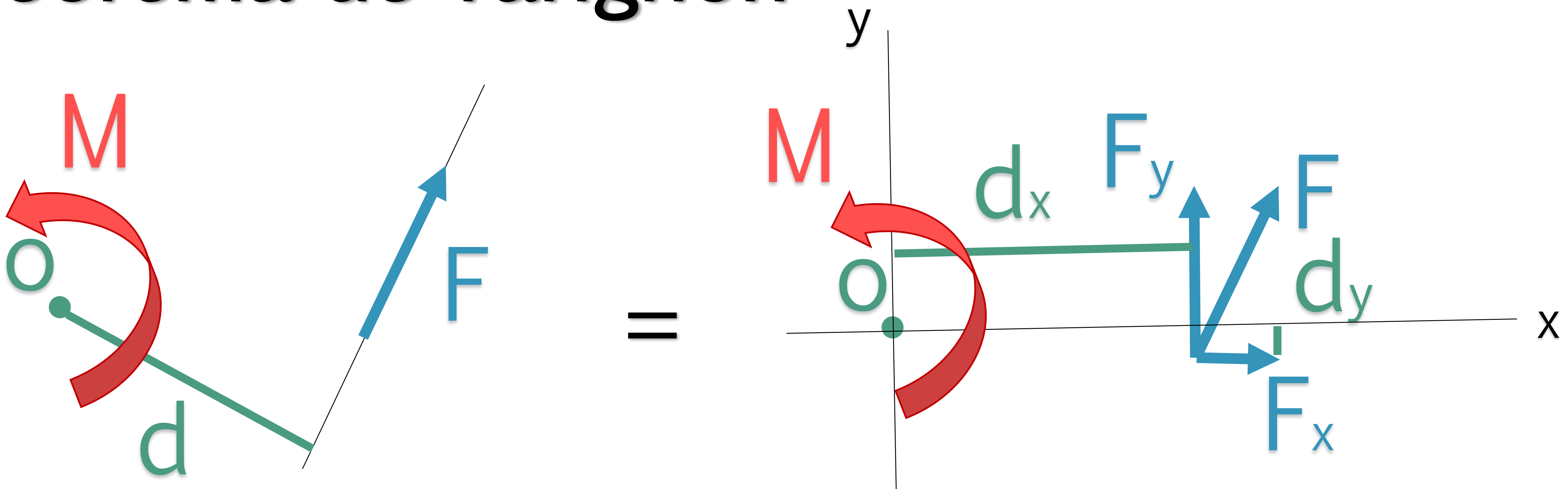


$$\bar{M}_{F,o} = (F_z d_y - F_Y d_z)\check{\imath} + (F_x d_z - F_z d_x)\check{\jmath} + (F_y d_x - F_x d_y)\check{k}$$

$\bar{M}_{F,e} = \bar{M}_{F,o} \,.\, \bar{e} = (\bar{d} \times \bar{F}) \,.\, \bar{e}$ (momento respecto a un eje cualquiera)

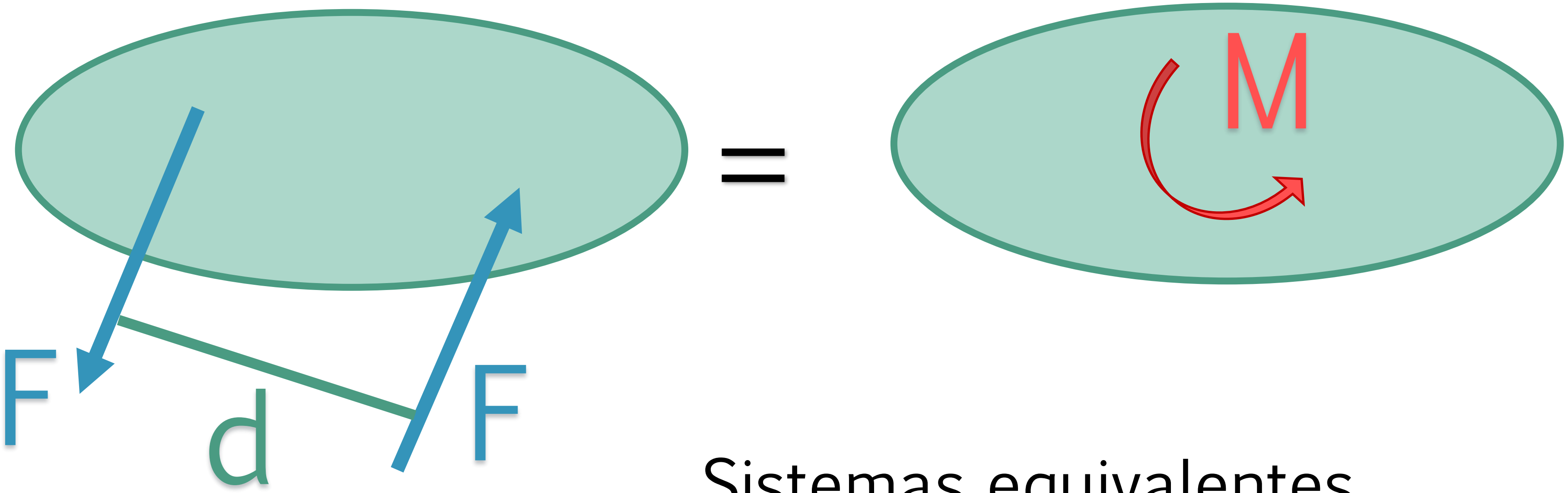
Momento respecto al eje y:

Teorema de Varignon



$$\bar{M}_{F,o} = \bar{d} \times \bar{F} = \mathrm{d_x} \times \mathrm{F_y} + \mathrm{d_y} \times \mathrm{F_x}$$

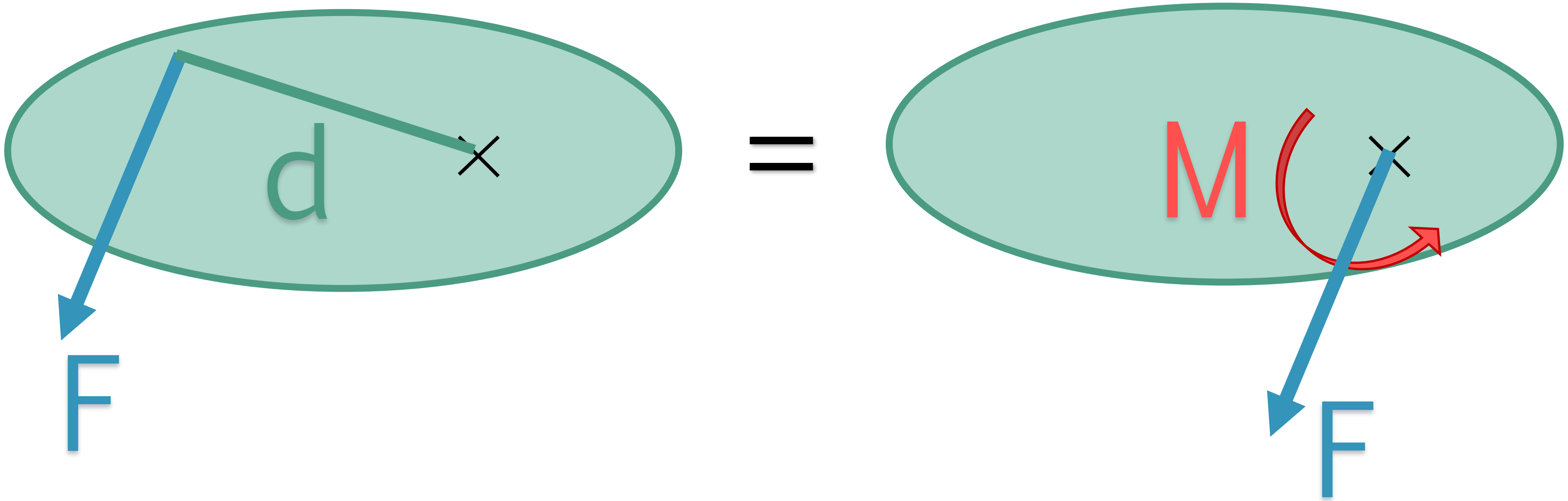
Par de fuerzas o Cupla



$$M = d \times F$$

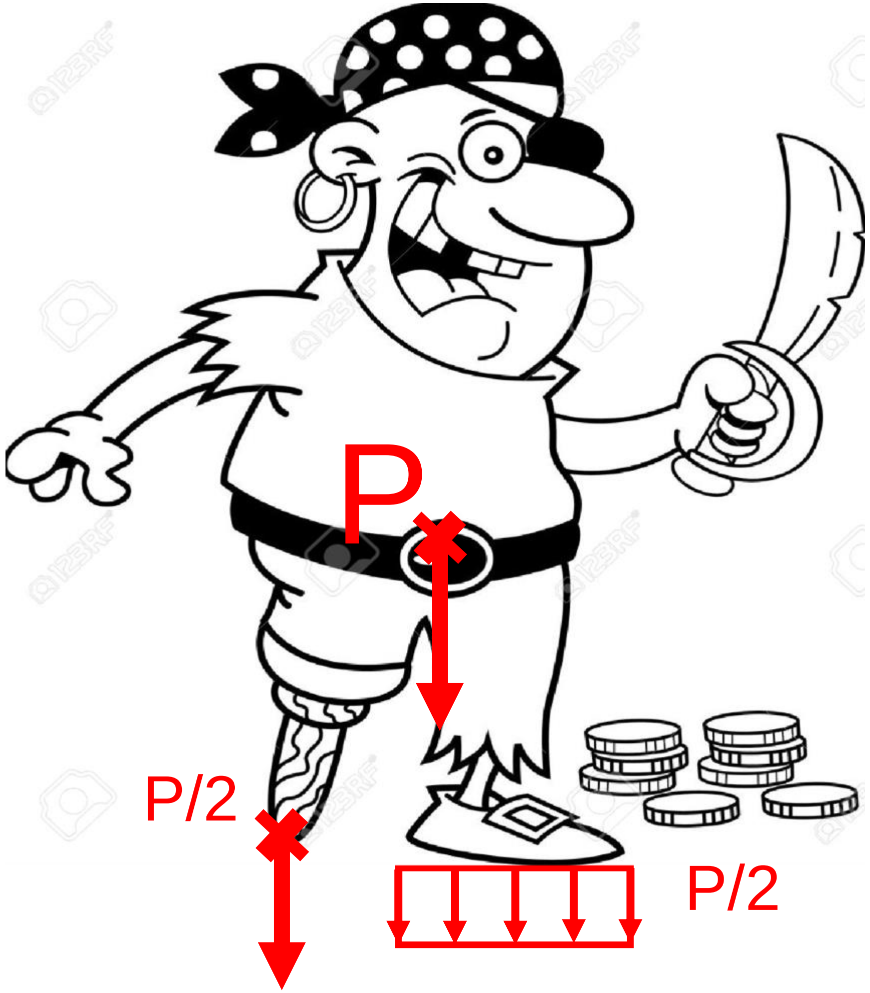
Sistemas equivalentes

Sistemas equivalentes



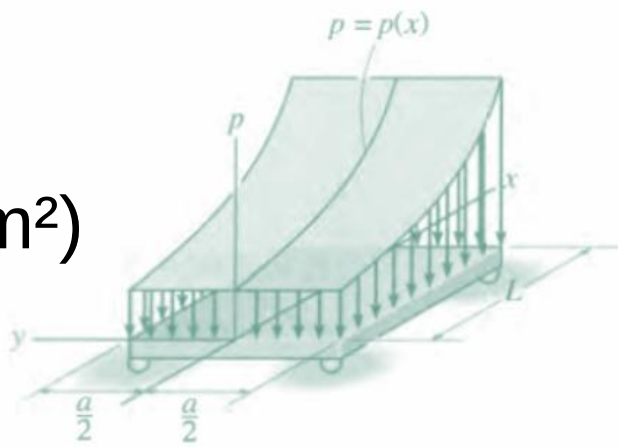
$$M = d \times F$$

Fuerzas Distribuidas:

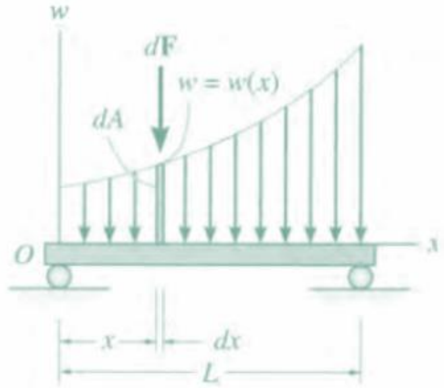


Clasificación:

- **Fuerzas distribuidas por unidad de volumen:** (kN/m³)
  - Peso específico



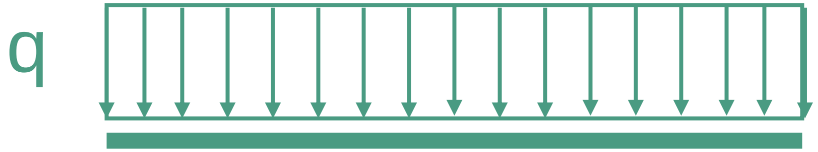
- **Fuerzas distribuidas por unidad de superficie:** (kN/m²)
  - Sobrecarga
  - Nieve
  - Empuje del agua o el suelo



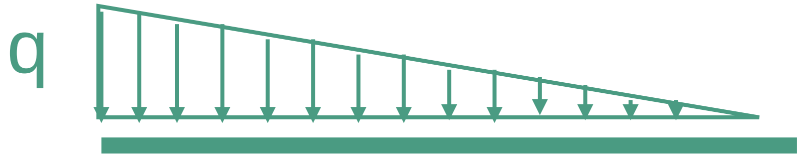
- **Fuerzas distribuidas por unidad de longitud:** (kN/m)
  - Carga en un elemento lineal, ejemplo: viga

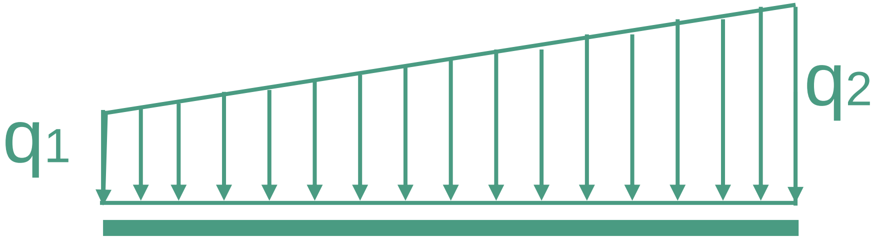
Otra clasificación:

- Fuerzas distribuidas constantes



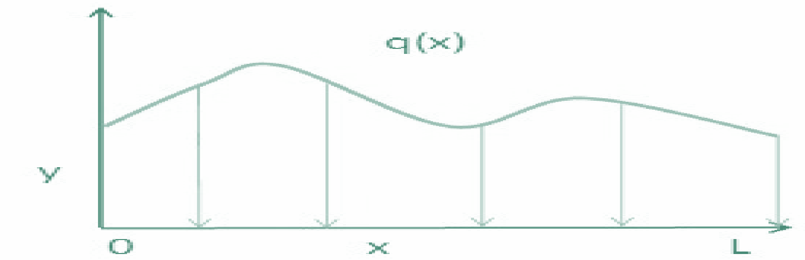
- Fuerzas distribuidas triangulares





- Fuerzas distribuidas trapeciales

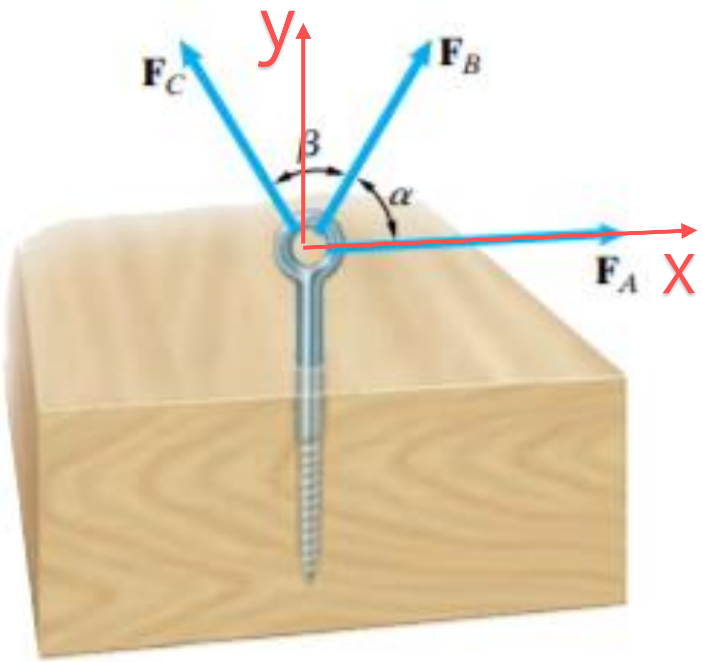
- Otras fuerzas distribuidas



Fuerzas coplanares concurrentes

Hallar la resultante:

$|F_A| = 40N \quad |F_B| = 50N \quad |F_c| = 40N \quad \alpha = 50° \quad \beta = 80°$

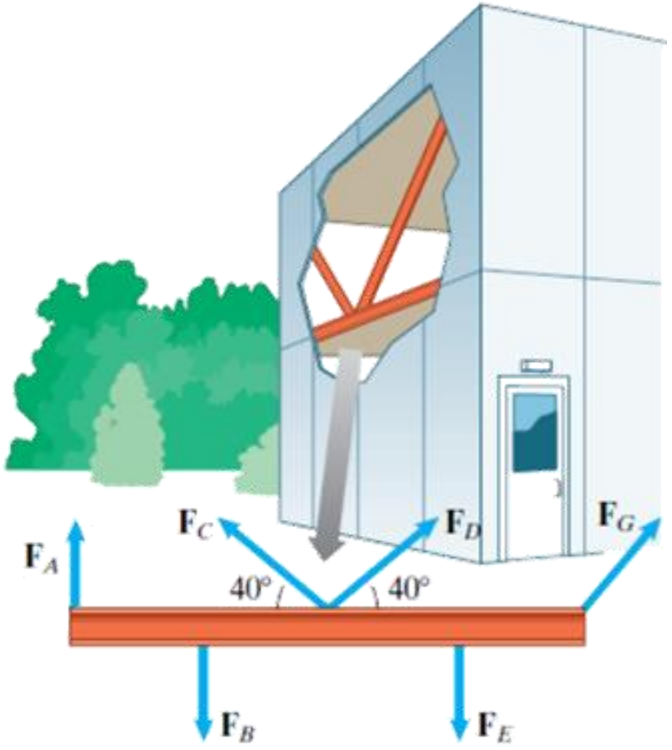


$$R_x = \sum F_x = |F_A| + |F_B|.cos\alpha - |F_C|.\cos(180 - \alpha - \beta)$$

$$R_y = \sum F_y = |F_B|.sen\alpha + |F_C|.sen(180 - \alpha - \beta)$$

Fuerzas coplanares no concurrentes

Hallar F_A y F_G, siendo $|F_B| = |F_E| = 20N$ $|F_C| = 16N$ $|F_D| = 9N$



Incógnitas: F_{AV}, F_{GV} y F_{GH}

Ecuaciones:

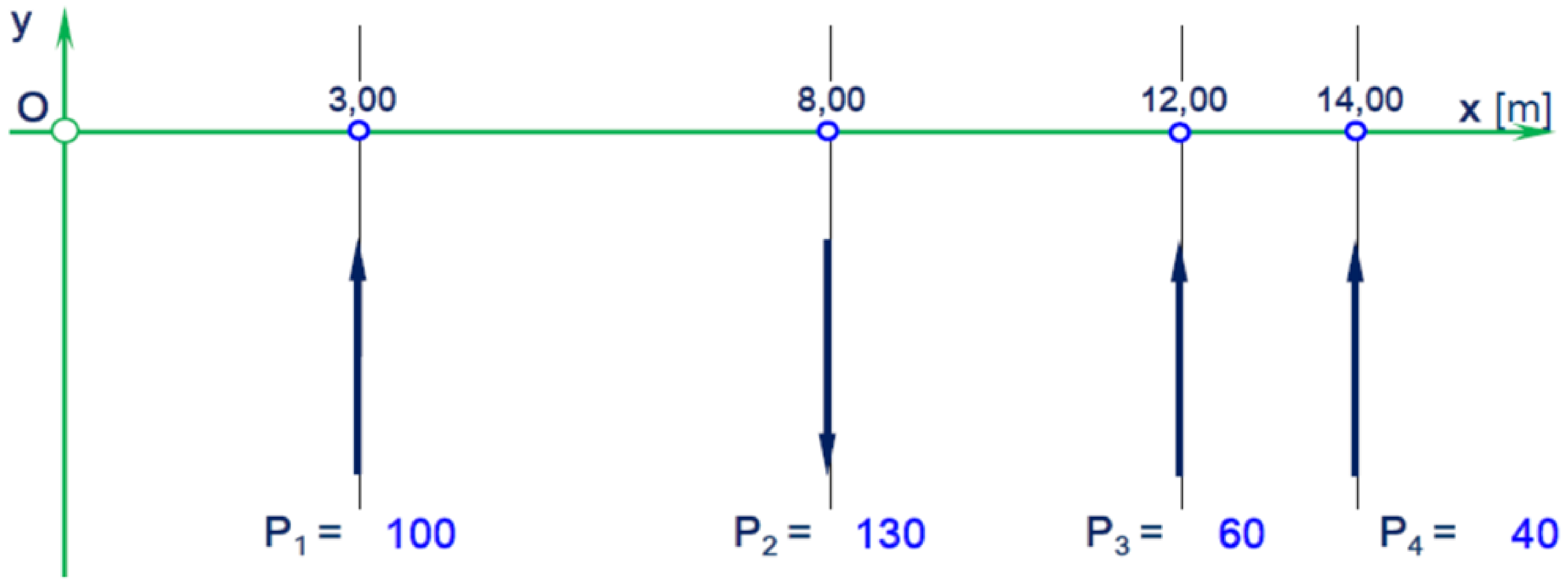
$$\sum F_x = 0 \qquad -F_C \times cos40° + F_D \times cos40° + F_{GH} = 0$$

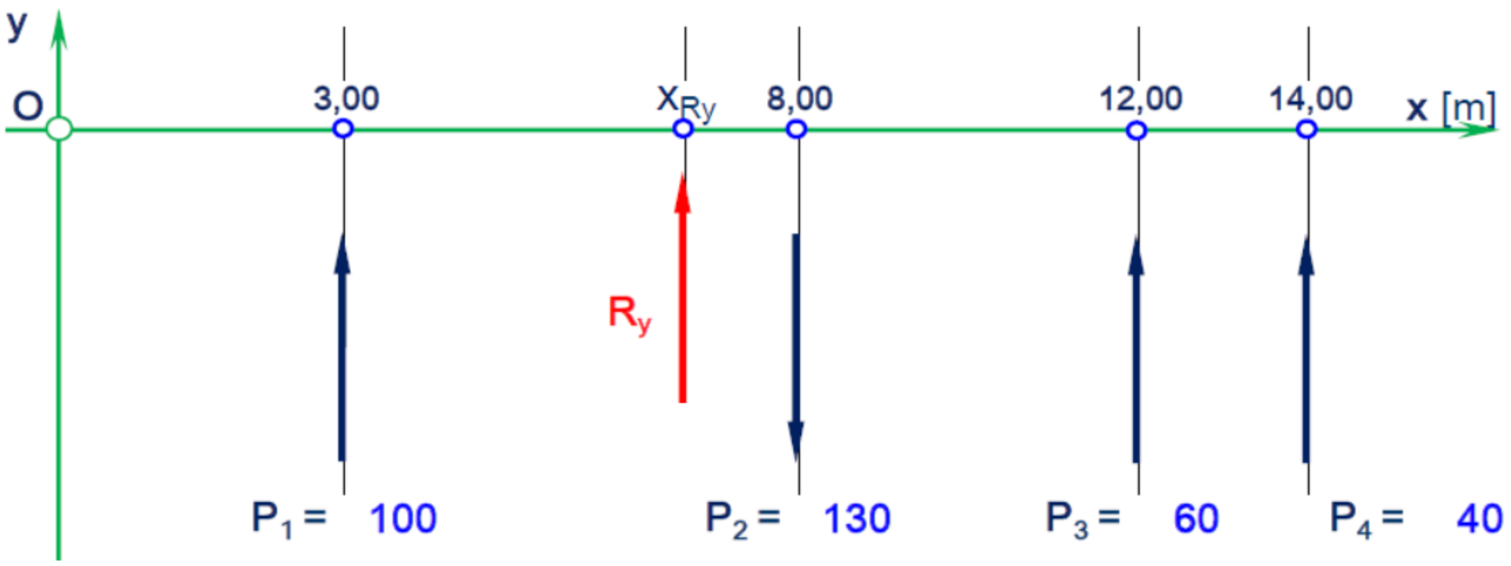
$$\sum F_y = 0 \qquad F_{AV} - F_B + F_C \times sen40° + F_D \times sen40° \ldots$$
$$\ldots - F_E + F_{GV} = 0$$

$$\sum M^O = 0 \qquad -F_B.\frac{1}{4}L + F_C.sen40°.\frac{1}{2}L + \ldots$$
$$\ldots + F_D.sen40°.\frac{1}{2}L - F_E * \frac{3}{4}L + F_{GV}.L = 0$$

Fuerzas coplanares paralelas

Hallar la resultante:

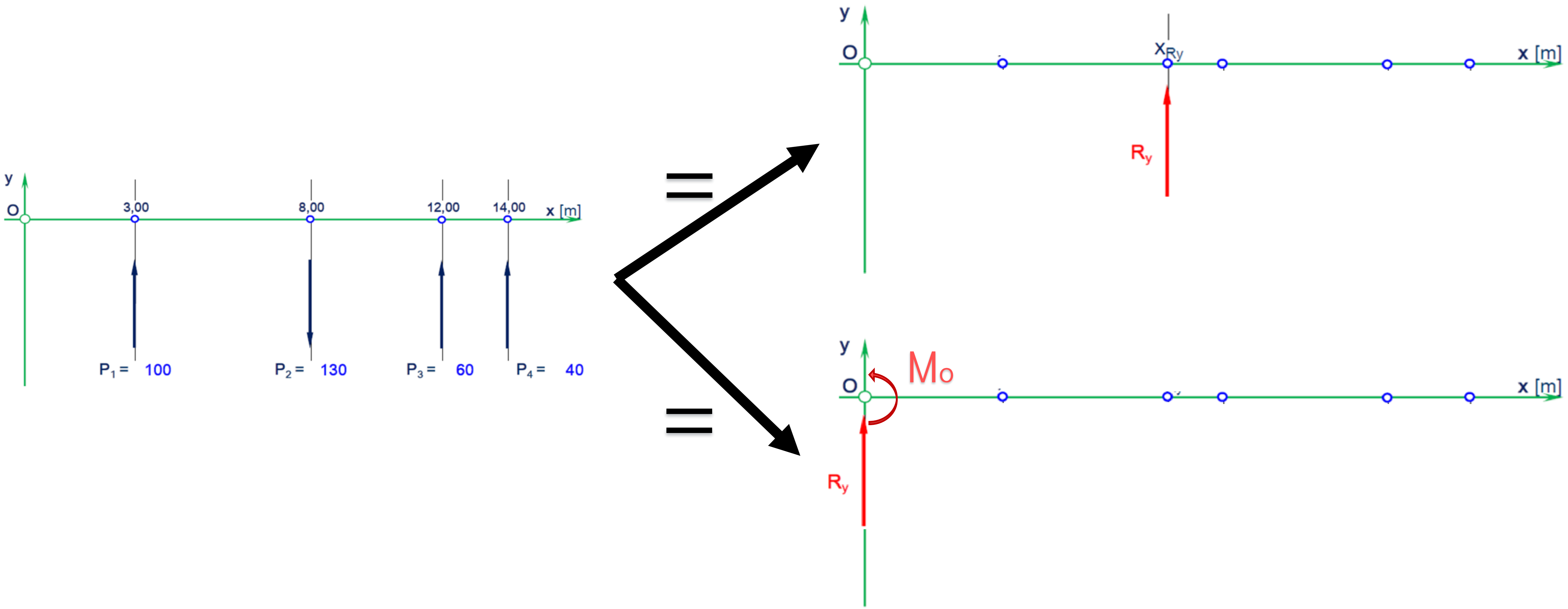




$$\sum F_y = P1 - P2 + P3 + P4 = R$$

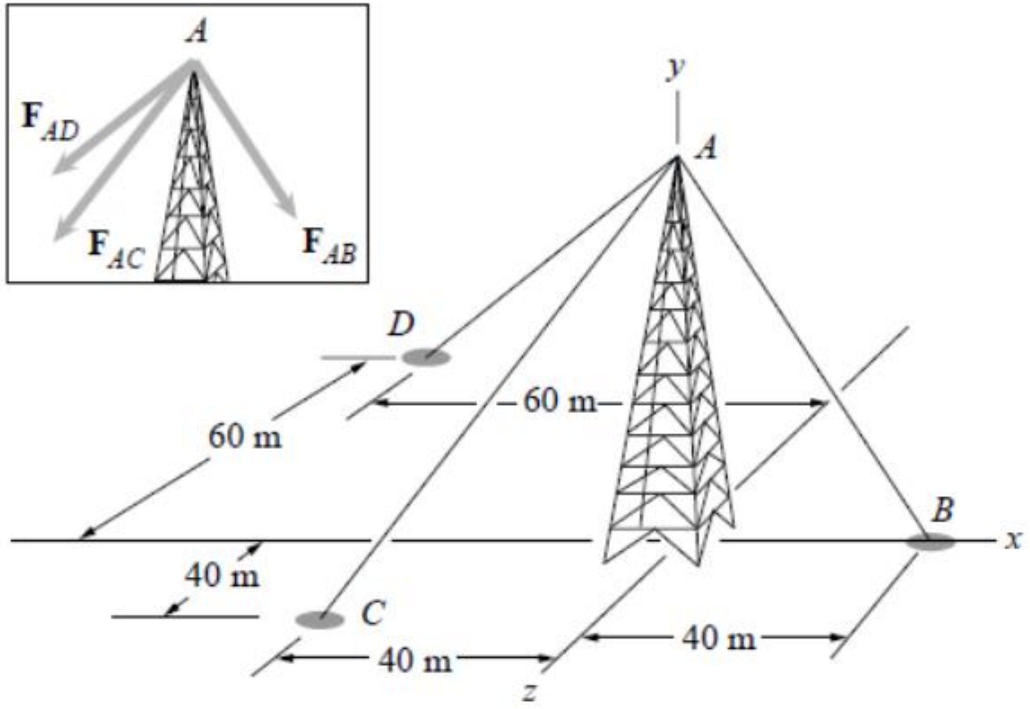
$$\sum M^o = P1 \times 3m - P2 \times 8m + P3 \times 12m + P4 \times 14m = R \times x_R$$

Sistemas equivalentes:

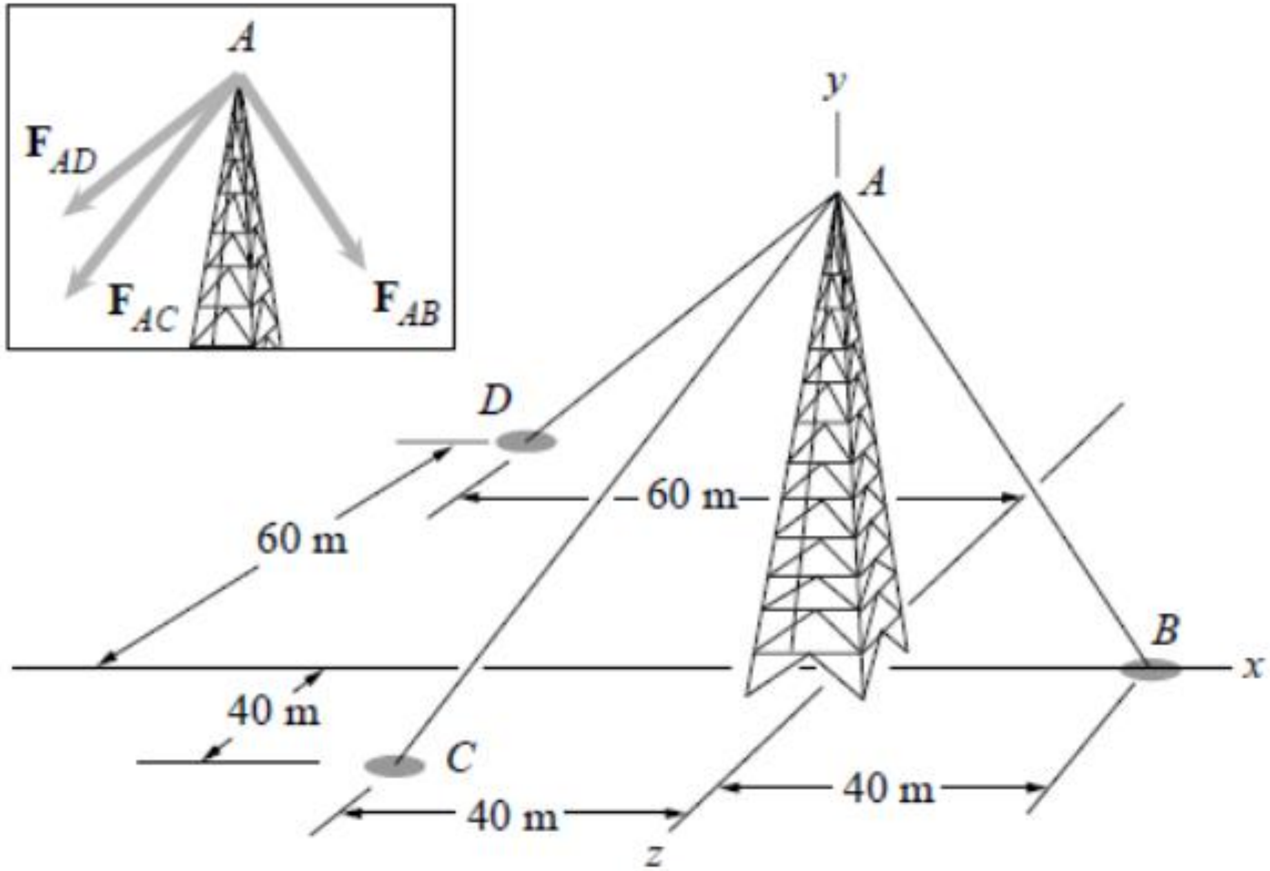


Fuerzas concurrentes en el espacio

Hallar la resultante de las fuerzas de los cables sobre la torre sabiendo que el módulo de cada fuerza es 2kN y la altura de la torre es 70m:



Vectores posición:



$$\mathbf{r}_{AD} = (-60 - 0)\mathbf{i} + (0 - 70)\mathbf{j} + (-60 - 0)\mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}_{AD} = -60\mathbf{i} - 70\mathbf{k} - 60\mathbf{k}$$

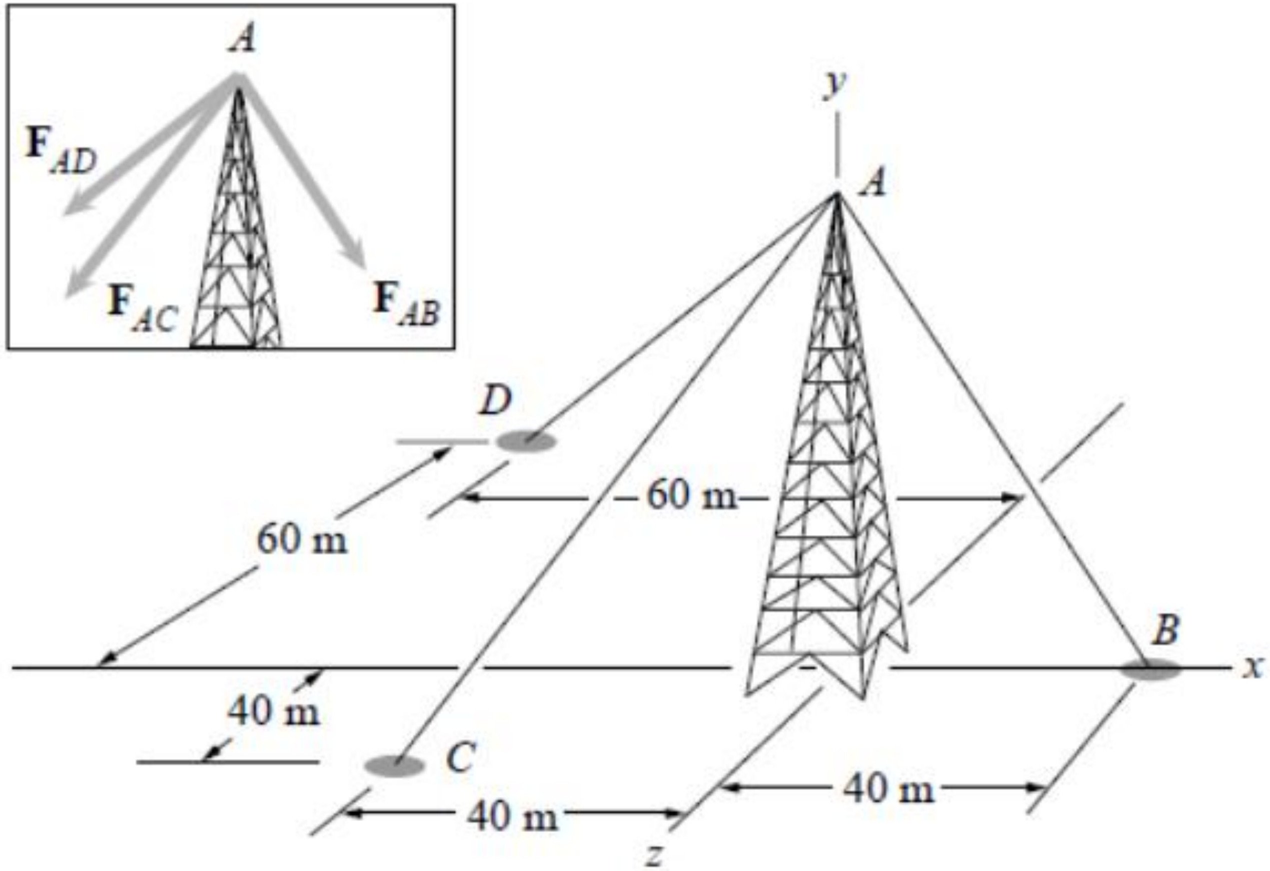
$$\mathbf{r}_{AC} = (-40 - 0)\mathbf{i} + (0 - 70)\mathbf{j} + (40 - 0)\mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}_{AC} = -40\mathbf{i} - 70\mathbf{j} + 40\mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}_{AB} = (40 - 0)\mathbf{i} + (0 - 70)\mathbf{j} + (0 - 0)\mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}_{AB} = 40\mathbf{i} - 70\mathbf{j} + 0\mathbf{k}$$

Versores posición (o vectores unitario):



$$\mathbf{u}_{AD} = \frac{\mathbf{r}_{AD}}{|\mathbf{r}_{AD}|} = \frac{-60}{110}\mathbf{i} - \frac{70}{110}\mathbf{j} - \frac{60}{110}\mathbf{k}$$

$$= -0.5455\mathbf{i} - 0.6364\mathbf{j} - 0.5455\mathbf{k}$$

$$\mathbf{u}_{AC} = \frac{\mathbf{r}_{AC}}{|\mathbf{r}_{AC}|} = -\frac{40}{90}\mathbf{i} - \frac{70}{90}\mathbf{j} + \frac{40}{90}\mathbf{k}$$

$$= -0.4444\mathbf{i} - 0.7778\mathbf{j} + 0.4444\mathbf{k}$$

$$\mathbf{u}_{AB} = \frac{\mathbf{r}_{AB}}{|\mathbf{r}_{AB}|} = \frac{40}{80.6}\mathbf{i} - \frac{70}{80.6}\mathbf{j} + 0\mathbf{k}$$

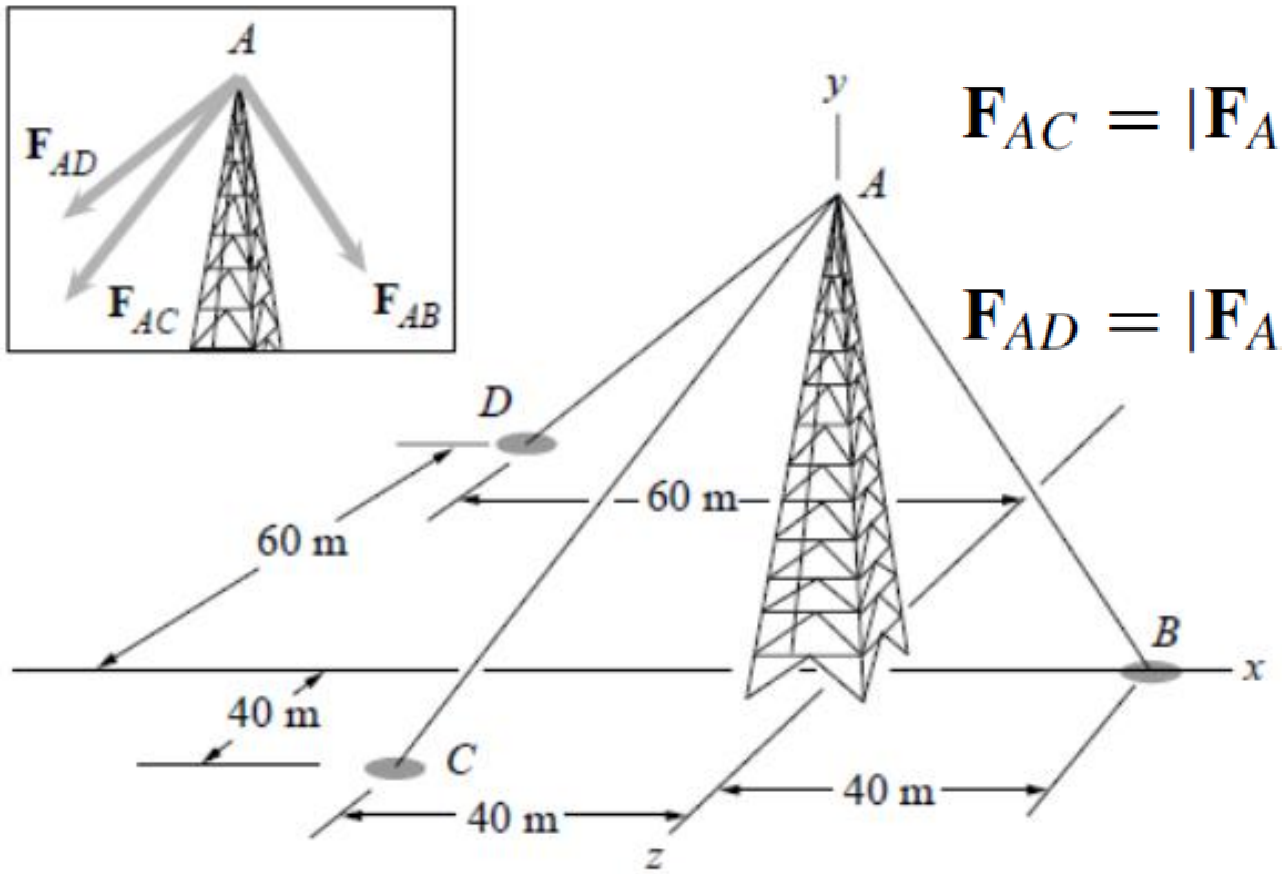
$$= 0.4963\mathbf{i} - 0.8685\mathbf{j} + 0\mathbf{k}$$

Fuerzas:

$$\mathbf{F}_{AB} = |\mathbf{F}_{AB}|\mathbf{u}_{AB} = 0.9926\mathbf{i} - 1.737\mathbf{j} + 0\mathbf{k}$$

$$\mathbf{F}_{AC} = |\mathbf{F}_{AC}|\mathbf{u}_{AC} = -0.8888\mathbf{i} - 1.5556\mathbf{j} + 0.8888$$

$$\mathbf{F}_{AD} = |\mathbf{F}_{AD}|\mathbf{u}_{AD} = -1.0910\mathbf{i} - 1.2728\mathbf{j} - 1.0910\mathbf{k}$$

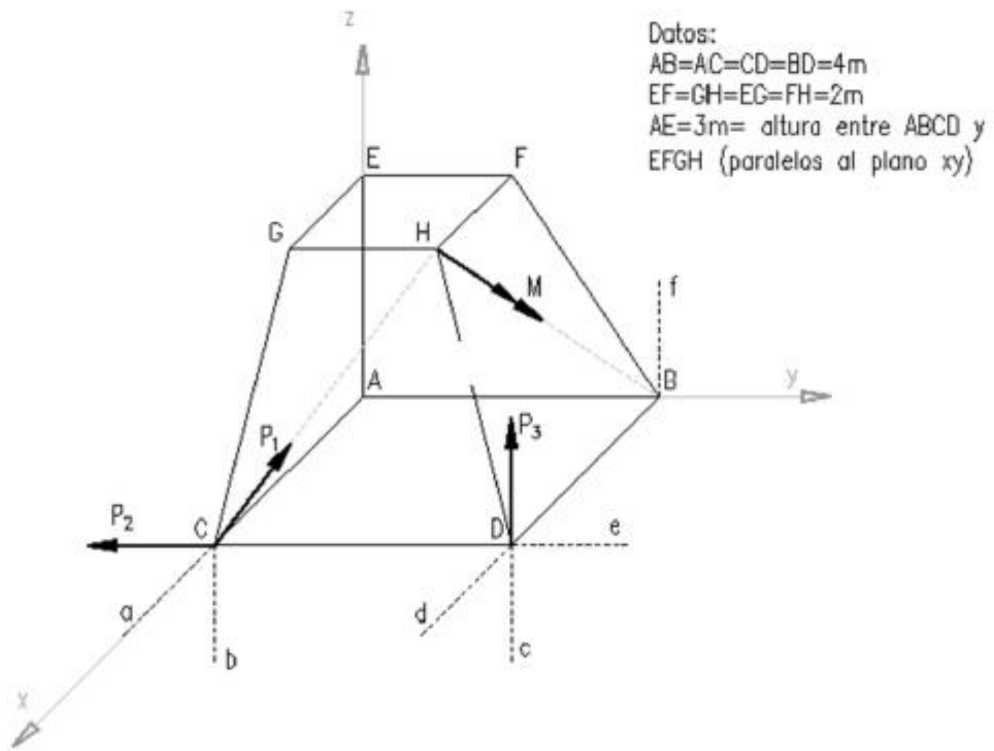


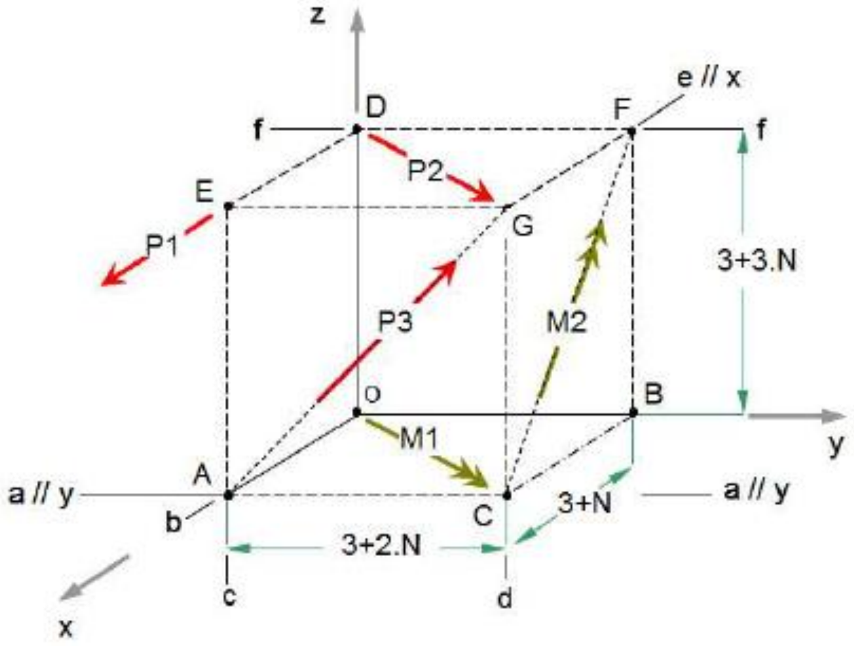
Resultante:

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_{AB} + \mathbf{F}_{AC} + \mathbf{F}_{AD}$$

$$\boxed{-0.9875\mathbf{i} - 4.5648\mathbf{j} - 0.2020\mathbf{k}\ \text{kN}}$$

Fuerzas no concurrentes en el espacio



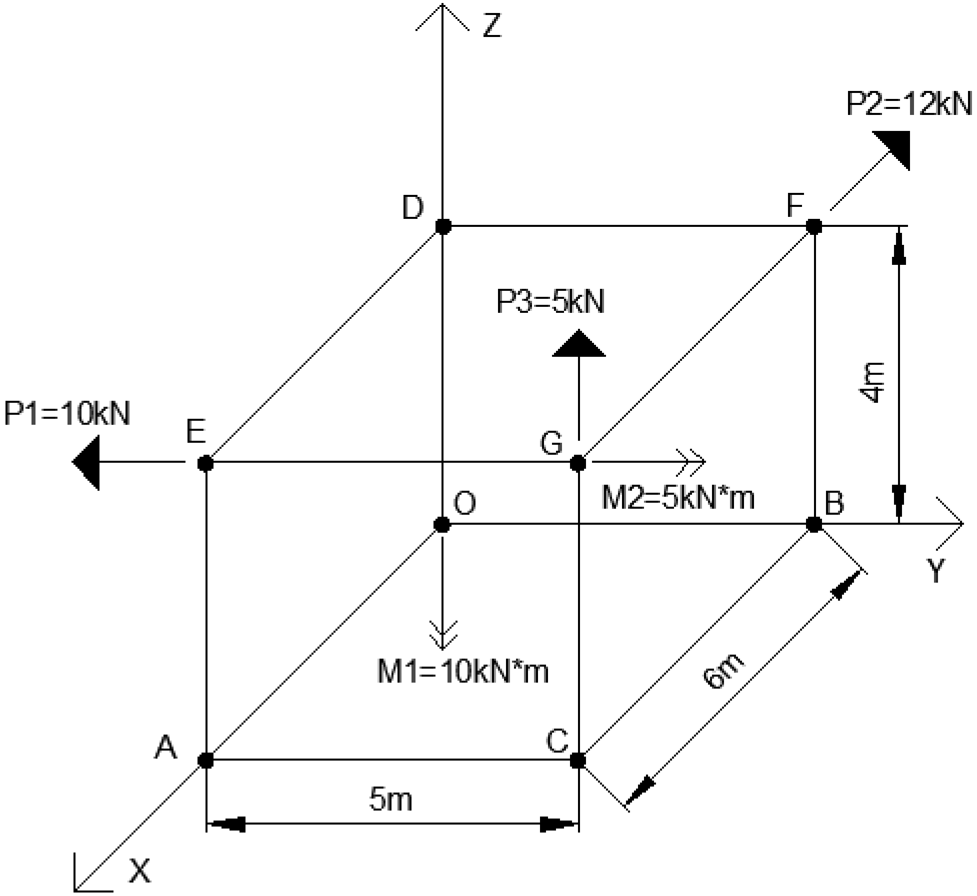


En estos casos la resultante será una fuerza y un momento.

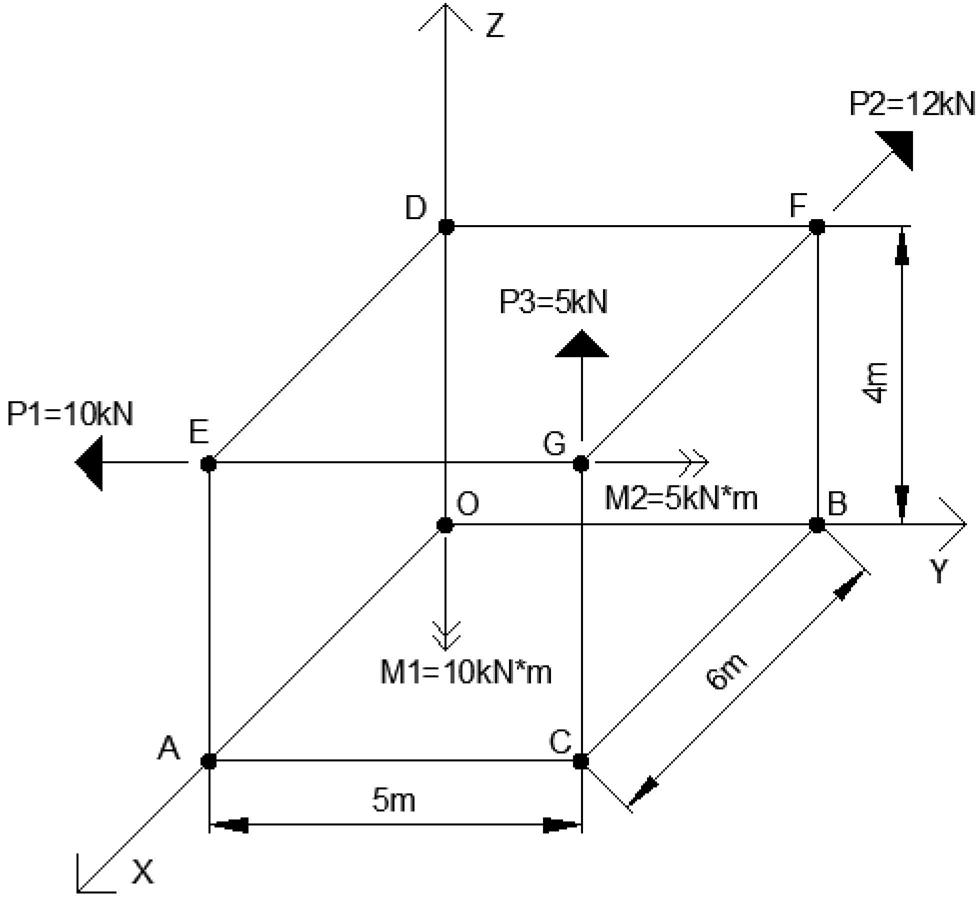
$$\bar{R} \qquad \bar{M}$$

Fuerzas no concurrentes en el espacio

1) Reducir el sistema al origen.



1) Reducir el sistema al origen.



$$\overrightarrow{M_{Rx}} = P1 * 4m + P3 * 5m = 10kN * 4m + 5kN * 5m = 65kN * m$$

$$\overrightarrow{M_{Ry}} = \mathrm{M2} - \mathrm{P2} * 4\mathrm{m} - \mathrm{P3} * 6\mathrm{m}$$

$$\overrightarrow{M_{Ry}} = 5kN * m - 12kN * 4m - 5kN * 6m = -73kN * m$$

$$\overrightarrow{M_{Rz}} = -M1 - P1 * 6m + P2 * 5m$$

$$\overrightarrow{M_{Rz}} = -10kN * m - 10kN * 6m + 12kN * 5m = -10kN * m$$

$$\overrightarrow{M_R} = (65kN * m; -73kN * m; -10kN * m)$$

Fuerzas distribuidas constantes

¿Cuánto vale la resultante R?

Es la integral de la función carga en la longitud de la barra: $R = \int_0^L q(x)$

Es decir el área del rectángulo: $R = q \times L$

¿Dónde está aplicada?

En el baricentro de la figura, como es un rectángulo: $L/2$

Fuerzas distribuidas triangulares

¿Cuánto vale la resultante R?

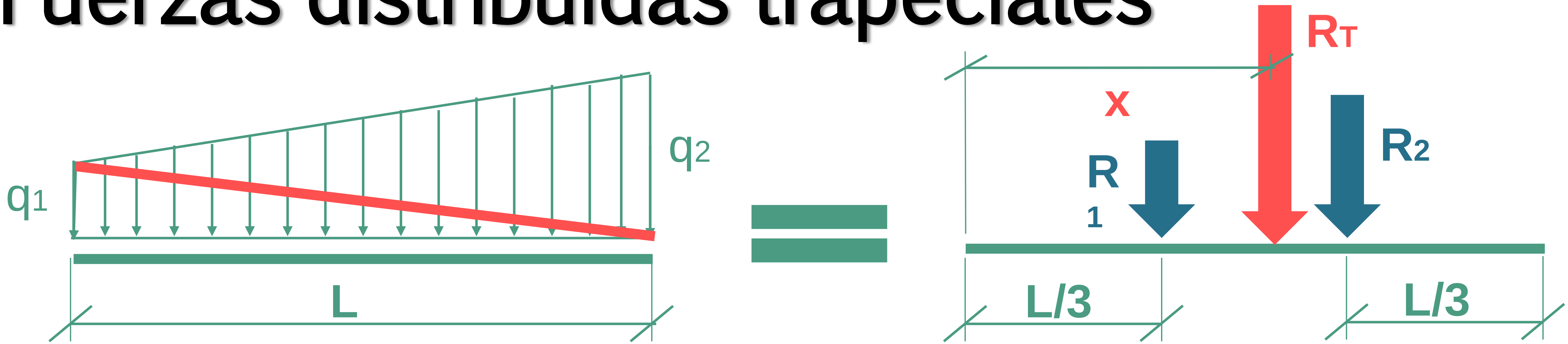
Es la integral de la función carga en la longitud de la barra: $R = \int_0^L q(x)$

Es decir el área del triángulo: $R = \frac{q \times L}{2}$

¿Dónde está aplicada?

En el baricentro de la figura, como es un triángulo: $L/3$

Fuerzas distribuidas trapeciales



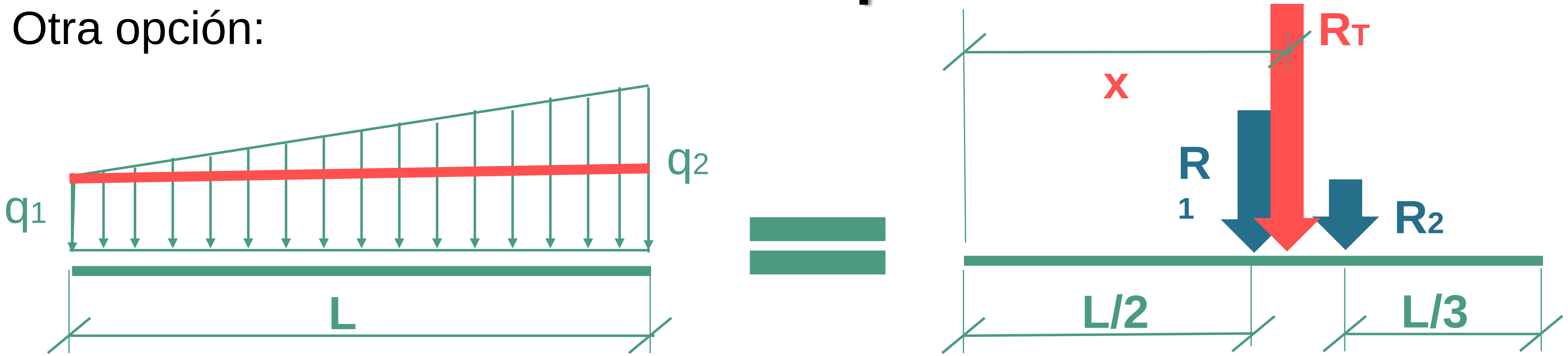
$$R_1 = \frac{q_1 \times L}{2} \qquad R_2 = \frac{q_2 \times L}{2}$$

$$\sum F_V = R_T = R_1 + R_2 = \frac{q_1 \times L}{2} + \frac{q_2 \times L}{2}$$

$$\sum M_o = -R_T \times x = -R_1 \times \frac{1}{3}L - R_2 \times \frac{2}{3}L$$

Fuerzas distribuidas trapeciales

Otra opción:



$$R_1 = q_1 \times L \qquad R_2 = \frac{(q_2 - q_1) \times L}{2}$$

¿Da lo mismo que antes?

PREGUNTAS?

Puente Akashi Kaikyo (Japón)

GRACIAS POR SU ATENCIÓN!